ÜBER DIE VISKOSITÄT EINIGER GASE UND IHRE TEMPERATURABHÄNGIGKEIT BEI TIEFEN TEMPERATUREN.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

GENEHMIGT VON DER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT

DER

FRIEDRICH-WILHELMS-UNIVERSITÄT
ZU BERLIN

ACAD.
LUGD BAT.
BIBL.

VON

HANS VOGEL
AUS BERLIN.

TAG DER PROMOTION: 21. JANUAR 1914.

LEIPZIG,
JOHANN AMBROSIUS BARTH
1914

Referenten:
Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. W. Nernst.
Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. M. Planck.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

MEINEN LIEBEN ELTERN!

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546828_0010

Inhaltsverzeichnis.

I. Einleitung 7
II. Die Versuchsmethode 12
1. Allgemeines 12
2. Beschreibung der Apparatur 15
3. Theorie der Schwingungsmethode 19
4. Bestimmung der Korrektionen 21
a) Reibung der Nebenteile 21
b) Die Maxwellsche Korrektion 24
c) Die Gleitung 25
5. Vollständige Beschreibung und Berechnung eines typischen Versuches 26
III. Der Absolutwert der inneren Reibung der Luft bei 273,1° abs. 34
IV. Darstellung und Reinigung der untersuchten Gase 39
V. Versuchsergebnisse 41
VI. Diskussion der Versuchsergebnisse 45
1. Vergleich mit älteren Messungen 45
2. Theoretische Folgerungen 49
VII. Zusammenfassung 58

I. Einleitung.

Als die kinetische Gastheorie durch die Anwendung der statistischen Methode mathematisch begründet war, und man aus rein theoretischen Erwägungen auf merkwürdige Zusammenhänge zwischen der Diffusion, der Wärmeleitfähigkeit und der inneren Reibung der Gase stieß, wandten sich eine Reihe bedeutender Experimentatoren der Prüfung dieser Zusammenhänge zu.

Da die meisten dieser Zusammenhänge, wie neuerdings von Chapman[1]) gezeigt wurde, unabhängig von dem gewählten mechanischen Modell der Moleküle sind, so ist es nicht verwunderlich, daß das Experiment gerade diese Theorien bestätigte, obgleich sie von ganz verschiedenen Modellen ausgingen. Die Wahl eines bestimmten Modelles war erst nötig, wo die Theorien für verschiedene Modelle verschiedene Resultate lieferten, und hier konnten Versuche über die innere Reibung und ihre Temperaturabhängigkeit die besten Mittel zum Ausbau der Theorie des Molekülmodelles liefern.

Vor der Begründung der Gastheorie waren nur gelegentlich Versuche[2]) über den Widerstand und die Reibung der Luft angestellt worden, da diese Größen für den Gang der Pendeluhren und für das Studium der Fallgesetze von Interesse waren. Nur Graham[3]) hatte in seinen Arbeiten über die Durchströmungsgeschwindigkeit von Gasen durch Kapillaren schon vor der Begründung der Gastheorie Resultate erhalten, aus denen man Schlüsse auf die innere Reibung ziehen konnte.

---

1) S. Chapman, Phil. Trans. A. 211. p. 433—483. 1912.

2) Vgl. M. Brillouin, Leçons sur la Viscosité. 1. p. 1 ff. Paris 1907.

3) W. P. Graham, Phil. Trans. Edinb. 1831; Phil. Trans. London 1846—1849.

Eine ausführliche Besprechung dieser Arbeiten gibt O. E. Meyer[1]), der aus Grahams Versuchen die Reibungskoeffizienten ziemlich genau berechnet hat.

Jedoch zu systematischen Versuchen schritt man erst, als Maxwell[2]) auf Grund der kinetischen Gastheorie den paradox klingenden Satz aussprach, daß die innere Reibung der Gase unabhängig vom Druck sein müßte. Die experimentelle Prüfung dieses Satzes, der unabhängig von dem gewählten Molekülmodell gelten muß, wurde sofort von mehreren Forschern begonnen. So entstanden die berühmten Arbeiten von O. E. Meyer[3]), Maxwell[4]), Kundt und Warburg[5]) und anderen, die ausnahmslos diesen Satz bestätigten, und so der Molekulartheorie eine feste Stütze verliehen. Neben den Beobachtungen über die Änderung der Viskosität mit dem Druck wurden von denselben Forschern auch Versuche über die Änderung mit der Temperatur gemacht, und hiermit beginnt die Entwickelung der Theorie des Molekülmodelles. Maxwell[6]) hatte für den Fall, daß die Moleküle elastische Kugeln ohne Kraftwirkung sind, einen Anstieg der Reibung proportional $T^{1/2}$ berechnet. Seine eigenen Versuche zeigten jedoch einen der absoluten Temperatur direkt proportionalen Anstieg, und so änderte er seine Theorie und führte für die Moleküle Kraftzentren ein, die sich mit einer der fünften Potenz der Entfernung umgekehrt proportionalen Kraft abstoßen. Aus späteren Arbeiten von O. E. Meyer[7]), Puluj[8]), von Obermayer[9]), Schumann[10]), Holman[11]) und anderen ging nun hervor, daß Maxwells Versuche und somit auch die daran anknüpfende Theorie fehlerhaft sein mußten. Alle

---

1) O. E. Meyer, Kinetische Gastheorie. 2. Aufl. p. 183—184. Breslau 1899; vgl. auch Brillouin, l. c. 2. p. 37ff.

2) Cl. Maxwell, Phil. Mag. (4) **19**. p. 31. 1860.

3) O. E. Meyer, Pogg. Ann. **125**. p. 177. 1865.

4) Cl. Maxwell, Phil. Trans. **156**. p. 249. 1866.

5) A. Kundt u. E. Warburg, Pogg. Ann. **155**. p. 337ff. u. 525ff. 1875.

6) Cl. Maxwell, Phil. Mag. (4) **19**. p. 31. 1860.

7) O. E. Meyer, Pogg. Ann. **148**. 1873.

8) J. Puluj, Wiener Ber. **69**. **70**. **73**. 1874—1876.

9) A. v. Obermayer, Wiener Ber. **71**. **73**. 1875.

10) O. Schumann, Wied. Ann. **23**. p. 353ff. 1884.

11) W. S. Holman, Proc. Amer. Acad. **21**. p. 33. 1885.

diese Forscher versuchten nun die Theorie Maxwells dadurch zu modifizieren und ihren Versuchsergebnissen anzupassen, daß sie zwar auch Kraftzentren annahmen, aber eine andere als die der fünften Potenz der Entfernung umgekehrt proportionalen Abstoßungskraft annahmen. Setzt man für den speziellen Fall der fünften Potenz den der $n$ten Potenz, so erhält man

$$\eta \sim T^{\frac{1}{2} + \frac{2}{n-1}}.$$

Wenn auch diese Temperaturabhängigkeit bessere Übereinstimmung mit der Erfahrung ergab, so zeigte sich doch, daß ein bestimmtes n nur immer für ein Gas und in einem verhältnismäßig kleinen Temperaturintervall galt, so daß sich auch diese Theorie als unvollkommen erwies. Da stellte W. Sutherland[1]) von der van der Waalsschen Vorstellung ausgehend, daß die Moleküle Kugeln sind, die aufeinander Anziehungskräfte ausüben, eine neue Formel für die Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung auf, in der außer der absoluten Temperatur T nur die Kohäsionskraft der Moleküle C vorkommt.

Diese Formel lautet

$$\frac{\eta_{T_1}}{\eta_{T_2}} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1 + \frac{C}{T_2}}{1 + \frac{C}{T_1}},$$

oder, wenn man $T_2 = 273$ setzt:

$$\frac{\eta_T}{\eta_{273}} = \left(\frac{T}{273}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{273 + C}{T + C}.$$

Die Sutherlandsche Formel stand bei hohen Temperaturen bei fast allen Gasen in vorzüglicher Übereinstimmung mit den Beobachtungen. Da nun unterhalb 273° abs. nur vereinzelt Beobachtungen vorlagen, war es interessant, die innere Reibung der Gase bei tiefen Temperaturen zu messen, damit man die Leistungsfähigkeit der Sutherlandschen Formel und der ihr zugrunde liegenden Theorie auch in diesem Gebiete prüfen konnte. Von diesem Gesichtspunkte aus entstanden die Arbeiten von Bestelmeyer[2]) in München und die auf Anregung

1) W. Sutherland, Phil. Mag. 36. 507ff. 1893.
2) A. Bestelmeyer, Diss. München 1903.

von Hrn. Geh. Rat Dorn[1]) im physikalischen Institut der Universität Halle unternommenen Untersuchungen, sowie die Arbeiten von Kamerlingh Onnes und Weber[2]).

Bei der folgenden Arbeit nun, die sich auch mit der inneren Reibung von Gasen bei tiefen Temperaturen beschäftigt, und die auf Anregung von Hrn. Prof. Dr. Nernst und von Hrn. Privatdozent Dr. A. Eucken unternommen wurde, handelt es sich darum, das bisher vorliegende Material zu prüfen und zu erweitern, damit man mit seiner Hilfe die interessante Beziehung der inneren Reibung zur spezifischen Wärme genauer untersuchen kann, als es bisher möglich war. Diese Beziehung der Viskosität zur spezifischen Wärme und zur Wärmeleitfähigkeit, die zu den vom Molekülmodell unabhängigen Beziehungen gehört, wurde schon von den Begründern der kinetischen Gastheorie erkannt und durch die einfache Gleichung ausgedrückt:

$$k = K \cdot c_v \cdot \eta ,$$

wo k die Wärmeleitfähigkeit, c_v die spezifische Wärme bei konstantem Volumen, η der Reibungskoeffizient und K eine Konstante ist. Die Arbeiten von Stefan[3]) und Boltzmann[4]), von O. E. Meyer[5]), Wüllner[6]) und Eucken[7]) haben gezeigt, daß die in der Gleichung vorkommende Konstante in Wirklichkeit nicht konstant ist, sondern von dem Verhältnis der translatorischen Energie der Moleküle zur Schwingungsenergie der Atome im Molekül abhängt. Eucken[8]) hat in seiner Arbeit über die Wärmeleitfähigkeit der Gase bei tiefen Temperaturen zuerst versucht, diese Beziehung zur Berechnung der spezifischen Wärme zu benützen, und er konnte aus der starken Veränderlichkeit des Bruches k/η mit der Temperatur beim Wasserstoff darauf schließen, daß sicher c_v vielleicht

1) E. Dorn, vgl. die Arbeiten p. 14.

2) H. Kamerling Onnes u. S. Weber, Koninkl. Akad. v. Wetsch. Amsterdam 1913. p. 1375f. 1385f. 1530f.

3) J. Stefan, Wiener Ber. 72. Abt. 2. p. 74—75. 1875.

4) L. Boltzmann, Pogg. Ann. 157. p. 457 ff. 1876.

5) O. E. Meyer, Kinetische Gastheorie 2. Aufl. 1. p. 283ff.; 2. p. 126ff.

6) A. Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik. 5. Aufl. 2. p. 574 ff. Wied. Ann. 4. p. 321. 1873.

7) A. Eucken, Phys. Zeitschrift. 12. p. 1101. 1911.

8) A. Eucken, l. c.

aber auch K und c_v mit der Temperatur abnehmen. Wenn nun die Größe K und ihre Abhängigkeit von Atomzahl, Temperatur und Energieinhalt der Moleküle genau bestimmt wäre, dann würde die Gleichung

$$k = K \cdot \eta \cdot c_v$$

in der Tat eine große Bedeutung für die Ermittelung der spezifischen Wärme von Gasen besonders bei tiefen Temperaturen erlangen, für die man nach der Quantentheorie interessante Ergebnisse erwarten muß.

Wendet man nämlich diese Theorie, die für die spezifische Wärme fester Körper durch die Versuche Nernsts[1]) und anderer Forscher so glänzend bestätigt wurde, auf Gase an, so müßte sich, wie Nernst[2]) gezeigt hat, auch hier ein Abfall der spezifischen Wärme mit der Temperatur zeigen. Denn bei tiefen Temperaturen müßte ein Teil der Schwingungsenergie der Atome im Molekül abnehmen. Diese Voraussage hat sich, soweit man aus den bisher vorliegenden Messungen von Eucken[3]) und von Scheel und Heuse[4]) schließen kann, bei den meisten Gasen erfüllt. Eucken hat in seiner Arbeit über die Molekularwärme des Wasserstoffes bei tiefen Temperaturen gezeigt, daß die Molekularwärme des Wasserstoffes in der Nähe des absoluten Nullpunktes auf den Wert 3 sinkt, während Scheel und Heuse einen weniger starken Abfall bei N_2 und CO fanden.

Da nun die direkte Messung der spezifischen Wärme von Gasen bei tiefen Temperaturen und bei Drucken, in denen sich die Gase nahezu ideal verhalten, äußerst schwierig ist, so böte die erwähnte Beziehung ein gutes Mittel, die spezifische Wärme im idealen Gaszustand aus der Wärmeleitungsfähigkeit und der inneren Reibung zu berechnen. Jedoch müßte zu diesem Zwecke das Versuchsmaterial über die innere Reibung und ihre Temperaturabhängigkeit bei tiefen Temperaturen bedeutend bereichert werden.

Dazu soll nun die folgende Arbeit beitragen, die gleichzeitig darauf hinzielt, eine bequeme Methode zur Messung der inneren Reibung von Gasen bei tiefen Temperaturen im

1) W. Nernst, Berl. Ber. 1910; Ann. d. Phys. **36**. p. 395. 1911.
2) W. Nernst, Zeitschr. f. Elektrochemie. **17**. p. 826. 1911.
3) A. Eucken, Berl. Sitzber. p. 141. 1912.
4) K. Scheel u. W. Heuse, Berl. Sitzber. p. 44. 1913.

idealen Gaszustand auszuarbeiten, bei der einige Übelstände der alten Methoden vermieden werden sollen.

II. Die Versuchsmethode.

1. Allgemeines.

Zur Messung des Reibungskoeffizienten oder der Viskosität von Gasen hat man sich bisher dreier Methoden bedient: der Schwingungsmethode, der Transpirationsmethode und der Ablenkungsmethode.

Bei der von Coulomb[1]) zuerst angewendeten Schwingungsmethode läßt man Scheiben, Zylinder oder Kugeln, die an einem Metall oder Quarzfaden aufgehängt sind, Torsionsschwingungen um ihre Drehungsachsen ausführen und beobachtet die Dämpfung, die das reibende Gas auf die Schwingungen ausübt. Diese Dämpfung ist dann ein Maß für die Viskosität des Gases, in dem die Schwingungen ausgeführt werden. Um die Entwickelung der mathematischen Theorie und der experimentellen Anwendung dieser Methode haben sich besonders Maxwell[2]), O. E. Meyer[3]) König[4]), Schumann[5]), Hogg[6]) und Zemplén[7]) verdient gemacht.

Bei der Transpirationsmethode, die von Graham zuerst verwendet wurde, läßt man das zu untersuchende Gas durch ein enges Rohr fließen und mißt die in der Zeiteinheit ausströmende Gasmenge. Je größer die Reibung ist, desto langsamer fließt das Gas hindurch, und so liefert die Ausflußmenge pro Zeiteinheit ein Maß für die Reibung. Um die mathematische Theorie der Methode haben sich besonders Stokes[8]), Poiseuille[9]), O. E. Meyer[10]), Breitenbach[11]), Bestelmeyer[12]), Rankine[13]) verdient gemacht.

1) C. A. Coulomb, vgl. Histoire de l'Acad. 1784. p. 251—255.
2) Cl. Maxwell, Phil. Trans. **156**. p. 249. 1866.
3) O. E. Meyer, Kinetische Gastheorie. **1**. p. 171ff.
4) W. König, Wied. Ann. **25**. p. 618. 1885; **32**. p. 194. 1887.
5) O. Schumann, Wied. Ann. **23**. p. 353. 1884.
6) J. L. Hogg, Proc. Am. Acad. **40**. No. 18. p. 611ff. 1905.
7) G. Zemplén, Ann. d. Phys. **19**. p. 783. 1906.
8) G. G. Stokes, Cambr. Phil. Trans. **9**. II. p. 8. 1851.
9) Poiseuille, Compt. rend. **11**. 1840; **12**. 1841.
10) O. E. Meyer, Pogg. Ann. **127**. p. 253. 1866; **148**. p. 203. 1873.
11) P. Breitenbach, Wied. Ann. **47**. p. 803. 1899.
12) A. Bestelmeyer, Diss. München 1903.
13) A. O. Rankine, Proc. Roy. Soc. A. **83**. p. 265ff. 1910.

Die Ablenkungsmethode, die von Zemplén[1]) und Gilchrist[2]) angewendet wurde, beruht darauf, daß ein mit gleichförmiger Geschwindigkeit rotierender Hohlkörper einem im Inneren konzentrisch aufgehängten Körper eine konstante, der Reibung proportionale Ablenkung erteilt.

Überblickt man nun die große Reihe der nach diesen Methoden gewonnenen Resultate, so findet man eine teilweise recht schlechte Übereinstimmung. Sogar die Messungen des vielleicht am häufigsten bestimmten Absolutwertes des Reibungskoeffizienten der Luft weisen untereinander noch große Abweichungen auf. Bei anderen Gasen, namentlich aber bei Dämpfen, sind die Unterschiede noch beträchtlicher, ja, es kommen Schwankungen bis zu 50% vor. Besonders auffallend sind die Abweichungen zwischen den von Lothar Meyer[3]) und seinen Schülern nach der Transpirationsmethode gewonnenen Resultaten und den von Schumann[4]) nach der Schwingungsmethode ermittelten Werten, und sie lassen die Vermutung aufkommen, daß doch vielleicht die eine oder die andere Methode theoretisch nicht genügend durchgeführt ist. Weshalb man nun seit den Schumannschen Versuchen gerade der Transpirationsmethode vor der Schwingungsmethode den Vorzug gegeben hat, ist sonderbar. Tatsache ist, daß nach den Versuchen von Schumann die Schwingungsmethode zu Absolutmessungen nur noch selten und zur Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung überhaupt nicht mehr angewendet worden ist. Auch bei den bisher angestellten Versuchen über die innere Reibung von Gasen bei tiefen Temperaturen hat man sich, wenn man von der nicht einwandfreien Arbeit S. Chellas[5]) absieht, durchweg der Transpirationsmethode bedient. Aber dadurch, daß Chellas Arbeit unwahrscheinliche Resultate geliefert hat, ist noch nicht dargetan, daß die Schwingungsmethode überhaupt unbrauchbar ist, und es ist etwas gewagt, wenn K. Schmitt darauf gestützt der Schwingungsmethode die Existenzberechtigung abspricht.

---

1) G. Zemplén, Ann. d. Phys. (4) **29**. p. 869. 1909; **38**. p. 71. 1912.
2) L. Gilchrist, Phys. Zeitschr. **14**. p. 160. 1913.
3) L. Meyer, Wied. Ann. **7**. p. 497. 1879; **16**. p. 394. 1882.
4) O. Schumann, Wied. Ann. **23**. p. 353. 1884.
5) S. Chella, Il Nuovo Cimento (5) **12**. p. 317. 1906; Physik. Zeitschr. **7**. p. 196 u. 546. 1906.

Wenn K. Schmitt[1]) schreibt: Frühere Arbeiten, z. B. von O. E. Meyer, Puluj, Schumann, hatten bereits gelehrt, daß die Schwingungsmethode den Reibungskoeffizienten schneller mit der Temperatur wachsen läßt, als die Transpirationsmethode, so hat er dabei nicht in Betracht gezogen, daß das Versuchsmaterial über die Temperaturabhängigkeit nach der Schwingungsmethode (über ein größeres Intervall) im Vergleich mit dem nach der Transpirationsmethode gewonnenen viel zu gering ist, als daß man daraus ein endgültiges Urteil über diese Methode fällen kann.

Die erste Arbeit, die sich mit der Bestimmung der inneren Reibung von Gasen bei tiefen Temperaturen befaßt, ist die Arbeit A. Bestelmeyers[2]) über die innere Reibung des Stickstoffs. Sie wurde im Physikalischen Institute der Universität München ausgeführt. Die meisten anderen Untersuchungen über die Viskosität bei tiefen Temperaturen wurden auf Anregung von Hrn. Geheimrat Prof. Dr. Dorn im Physikalischen Institut der Universität Halle gemacht. Es sind dies die Arbeiten von K. Schmitt[3]) (Luft und He), Kopsch[4]) (H_2 und Ar), Völker[5]) (O_2 und H_2) und Zimmer[6]) (C_2H_4 und CO). Neuerdings sind von Kamerlingh Onnes und Weber[7]) nach derselben Methode H_2 und He untersucht worden. Die Messungen sind, wie schon erwähnt, alle nach der Transpirationsmethode, zum Teil sogar mit derselben Kapillare ausgeführt. Es wäre also sehr wohl denkbar, daß die Resultate nicht ganz fehlerfrei sind, um so mehr, als die Transpirationsmethode wegen der Schwierigkeiten, eine Kapillare mit genau kreisförmigem Querschnitt zu erhalten, den Radius genau auszuwerten und die Gleitung richtig zu berücksichtigen, sehr kompliziert ist. Es ist daher von Bedeutung, wenn man es unternimmt, diese Resultate nach der Schwingungsmethode zu prüfen. Die Schwingungsmethode hat vor der Transpirationsmethode verschiedene Vorteile, die sie zu den geplanten Untersuchungen besonders geeignet machen. Denn erstens ist die

1) K. Schmitt, Diss. Halle 1909.
2) A. Bestelmeyer, Diss. München 1903.
3) K. Schmitt, Diss. Halle 1909.
4) W. Kopsch, Diss. Halle 1909.
5) Völker, Diss. Halle 1910.
6) O. Zimmer, Verh. d. D. Phys. Ges. p. 471. 1912.
7) H. Kamerlingh Onnes u. S. Weber, vgl. p. 10. Anm. 2.

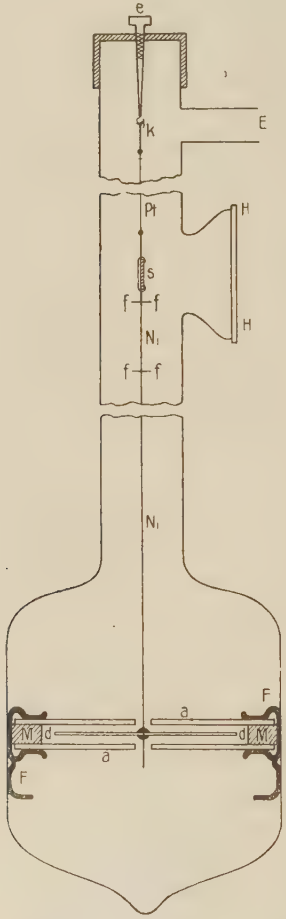
mathematische Theorie äußerst einfach, und zweitens kann man die Untersuchungen bis zu relativ kleinen Drucken ausdehnen, wodurch man die Reibung der Gase selbst bei den tiefsten Temperaturen in einem angenähert idealen Zustand messen kann; auch darin, daß die Gleitung nicht berücksichtigt werden braucht, liegt ein Vorteil dieser Methode. Auf Rat von Hrn. Dr. Eucken bediente ich mich der Methode der schwingenden Platten, da Hr. Dr. Eucken vermutete, daß ein Apparat, wie ihn Hogg[1]) mit Erfolg zur Messung kleiner Drucke verwandte, auch gut zur Messung der Reibung bei tiefen Temperaturen verwendet werden könnte.

2. Beschreibung der Apparatur.

Die Methode der schwingenden Platten ist bisher meistens zu Absolutmessungen der inneren Reibung in einem in der Nähe der Zimmertemperatur liegenden Temperaturintervall angewendet worden. Es liegt nur eine Arbeit vor, die sich mit der Temperaturabhängigkeit über ein größeres Intervall befaßt, und das ist die Arbeit von Schumann.[2]) Schumann untersuchte nach der Methode der schwingenden Scheiben die innere Reibung von Luft und einer größeren Anzahl von organischen Dämpfen zwischen 270° und 440° abs. Bei Ausarbeitung der Methode für tiefe Temperaturen waren nun ähnliche Schwierigkeiten zu überwinden wie sie Schumann bei den hohen Temperaturen zu überwinden hatte. Es kam hauptsächlich darauf an, einen Apparat zu schaffen, der bei möglichst kleinen Dimensionen doch genaue Resultate lieferte und der ferner alle Temperaturschwankungen aushielt, ohne undicht zu werden. Was die Dimensionen anbetrifft, so konnte der Schumannsche Apparat für den zu schaffenden nicht als Vorbild dienen, da der Durchmesser zu groß war. Dagegen lieferte der von J. L. Hogg[1]) zur Messung kleiner Drucke verwendete Apparat einige Anhaltspunkte für die Dimensionierung des neuen Apparates. Wegen der großen Länge des unteren Teiles wurde versucht, den Apparat durch einen Schliff unten abzuschließen. Es entstand so ein Apparat, dessen unterer Teil nur 7 cm lang war, und dessen Durchmesser 6,5 cm groß

1) J. L. Hogg, Proc. Amer. Acad. 1906.
2) O. Schumann, l. c.

war. Mit diesem Apparat wurden Vorversuche gemacht. Jedoch hielt der Schliff von 65 mm Durchmesser nicht immer die Temperatur der flüssigen Luft aus, und daher mußte von ihm Abstand genommen werden. Es wurde nun an Schumanns



Dimensionen.

Bezeichnung	Apparat *G*	Apparat *S*
	mm	mm
Gesamtlänge . . .	500	500
Länge d. Pt-Drahtes ca.	200	200
Dicke des Pt-Drahtes	0,05	0,05
Länge des Ni-Drahtes	220	220
Dicke des Ni-Drahtes	1	1
Durchmesser des Spiegels	6	6
Länge des unteren Teiles	80	80
Durchmesser des unteren Teiles . . .	60	45
Durchmesser d. festen Scheiben	55	40
Durchmesser der beweglichen Scheiben	39,8	25,0
Dicke der beweglichen Scheiben	1,0	1,8
Abstand der festen Scheiben	3,6	4,4
Dicke der reibenden Schichten	1,3	1,3
Gewicht der beweglichen Scheiben . .	3,20 gr	8,78 gr
Gewicht des hängenden Systems . . .	5,4 „	11,0 „
Schwingungszeiten ca.	10 sec	10 sec

Apparat anlehnend, versucht, eine Metallglocke mit einem Metallschliff über den eigentlichen Apparat zu decken. Jedoch machte es Schwierigkeiten, die Metallglocke so mit dem Glasapparat zu verbinden, daß die Verbindungsstelle bei allen Temperaturen dicht hielt. Deshalb wurde auch diese Versuchsanordnung aufgegeben. Nach mehreren Versuchen ist

es nun gelungen, einen Apparat zu konstruieren, der allen an ihn gestellten Anforderungen genügte.

Den Hauptteil des S. 16 abgebildeten Apparates bildet die zwischen den beiden festen Glasplatten *a* frei in der Mitte hängende planparallele Glasplatte *d*. Die beiden festen Platten, die in der Mitte durchbohrt sind, werden durch ein System von Federn *F* und durch Metallklötze *M* einerseits in einem konstanten Abstand gehalten und andererseits an die Wände des Glasgefäßes gedrückt, so daß sie in eine ganz bestimmte, jedoch regulierbare Lage gebracht werden können. An Stelle der an die Gefäßwand drückenden Federn wurden zuerst als Stützen der festen Platten eingeschmolzene Platindrähte und später mit Porzellankitt gefestigte Kupferdrähte verwendet. Jedoch erwiesen sich beide Vorrichtungen als unzureichend, da der Apparat bei tiefen Temperaturen oft an den Einschmelz- bzw. Kittstellen sprang. Die Federn aber hatten sich selbst bei den Versuchen mit flüssigem Wasserstoff gut bewährt. Die Aufhängevorrichtung der beweglichen Platte besteht teils aus einem etwa 1 mm dicken Nickeldraht, teils aus einem 0,05 mm dicken Platindraht. Am oberen Ende des Nickeldrahtes *Ni* ist ein Planspiegel *s* angebracht, an dem durch das Planfenster *H* mit Hilfe eines Fernrohres und Skala die Umkehrpunkte der Schwingungen der Platte *d* abgelesen werden. Die Platte *d* wird durch Annäherung eines Magneten an einen der astatischen Magneten *f*, *f* in Bewegung gesetzt. Die Justierung erfolgt mit Hilfe einer Schraube *e*, die in einer auf das Glasgefäß aufgekitteten Metallklappe läuft, und die bei dem eigentlichen Versuche durch Marineleim abgedichtet wird. Zur Messung der Temperaturen war auf der oberen festen Platte ein Platinwiderstandsthermometer angebracht, dessen Zuleitungsdrähte durch das mit weißem Siegellack angekittete Planfenster ins Freie führten. Um das Brüchigwerden des Siegellacks und damit Undichtigkeiten zu vermeiden, wurde die Kittstelle bei tiefen Temperaturen durch einen zur Verhütung von magnetischen Wirkungen bifilar gewickelten Konstantandraht elektrisch geheizt.

Bei einer Reihe von Versuchen wurde neben dem Apparat mit der schwingenden Glasscheibe noch ein zweiter verwendet, der nur statt der Glasscheibe eine Silberscheibe vom gleichen Trägheitsmoment, aber von kleinerer Oberfläche enthielt, aber sonst, bis auf den Durchmesser des unteren Teiles dieselben

Dimensionen hatte. Im folgenden ist der Apparat mit der Glasscheibe stets mit „*G*“ der mit der Silberscheibe mit „*S*“ bezeichnet.

Die Montierung des Apparates erforderte Vorsicht und Übung sowie vor allem großes Geschick des Glasbläsers.[1]) Es war nur dadurch möglich, die kleinen Dimensionen des unteren Teils zu erzielen, daß die Montage in mehreren Etappen geschah. Zuerst wurde der innere Teil des Apparates außerhalb des Glasgefäßes fertig montiert. Zur Erzielung der horizontalen Schwingung der Platte wurde ein ähnliches Verfahren angewandt, wie es Hogg beschrieben hat. War der innere Teil fertig montiert, dann wurde er in umgekehrter Lage in das jetzt noch unten offene Glasgefäß hineingeschoben. Oben an dem dünnen Platindraht war ein kleiner Haken *k* aus Kupfer angelötet, der durch den bei *E* sitzenden Schliff in den an der Justierungsschraube sitzenden Haken eingehängt wurde. Dann wurde der Apparat in sein Gestell aufgehängt und fertig montiert. Nachdem die Glasplatten durch Verschieben der Federn eine möglichst horizontale Lage erhalten hatten, und die schwingende Scheibe gut justiert war, wurde eine provisorische Messung der Dämpfung in Luft gemacht, um zu konstatieren, ob keine Nebenreibungen eintreten. Erwies sich die Messung als befriedigend, dann wurden die Federn so hoch wie möglich geschoben, damit die Platten möglichst weit von der Öffnung zu liegen kamen, und der Apparat in umgekehrter Lage über dem Gebläse bis auf ein etwa 10 mm weites Loch zugeblasen. Durch dieses Loch, das erst ganz zum Schluß unter Vermeidung jeglicher Erschütterung zugeschmolzen wurde, konnten die festen Platten durch Verschiebung der Federn in ihre endgültige Lage gebracht werden. Das Gestell der Apparate bestand aus guten Stativklammern, die an je einem 15 mm starken]-förmigen Stabeisen festgeklemmt wurden, das in die starken Kellermauern[2]) eingegipst war. Die so entstandenen Apparate haben vor den bisherigen viele Vorteile. Vor allem sind die Dimensionen so klein, daß ohne allzu großen Kostenaufwand Temperaturbäder wie flüssige Luft und flüssiger Wasserstoff verwendet werden konnten.

1) Für die Ausführung der schwierigen Glasbläserarbeiten bin ich Herrn Glasbläser Hanff, Berlin NW. 6, zu Dank verpflichtet.

2) Die Versuche fanden, damit Erschütterungen vermieden würden, in einem Kellerraum statt.

Ein anderer Vorteil ist der, daß nur der Schwingungsapparat selber und nicht wie bei Schumann die ganze Aufhängevorrichtung nebst Spiegel die Temperatur des Temperaturbades annahm. Daß der wesentliche Teil des Apparates ganz aus Glas ist, hat ferner den Vorteil, daß der Apparat stets dicht bleibt, daß man jederzeit das Innere beobachten kann, und daß ferner wegen der geringen Wärmeleitfähigkeit des Glases nur wenig von dem Temperaturbade verloren geht. Waren die Apparate montiert, dann wurden sie erst mehrere Male evakuiert und mit durch Phosphorpentoxyd getrocknete Luft beschickt. Dann wurden sie in Dewargefäße mit schmelzendem Eis gebracht, und es wurde das logarithmische Dekrement der Dämpfung der Schwingungen gemessen.

3. Theorie der Schwingungsmethode.

Unter dem Reibungskoeffizienten oder der Viskosität eines Gases versteht man die Kraft, die zu überwinden ist, wenn man eine Gasschicht von der Fläche 1 mit der gleichförmigen Geschwindigkeit 1 im Abstand 1 gegen eine parallele Schicht des Gases bewegt. Bezeichnet man die Kraft mit F, den Inhalt der Fläche mit q, die Geschwindigkeit mit v, den Abstand der Flächen mit d, und den Reibungskoeffizienten mit η, so ist

$$F = \eta \cdot \frac{q \cdot v}{d},$$

also

$$\eta = \frac{F \cdot d}{q \cdot v} \quad [\mathrm{cm}^{-1}\,\mathrm{gr}^{1}\,\mathrm{sec}^{-1}].$$

Wenn nun eine ebene Platte um eine vertikale Achse zwischen zwei festen Platten horizontale Schwingungen ausführt, so wird die Geschwindigkeit eines Punktes der Gasschicht in der Entfernung y von der festen Platte und in der Entfernung r von der Achse gleich

$$r \cdot \frac{d\,\Theta}{d\,t}$$

sein, wo Θ der Drehungswinkel ist. Maxwell hat nun gezeigt, daß für jede Schicht die Bewegungsgleichung besteht:

$$\varrho \frac{d^2\,\Theta}{d\,t^2} = \eta^2 \cdot \frac{d^2\,\Theta}{d\,y \cdot d\,t},$$

daß also, da r in dieser Gleichung nicht mehr vorkommt, sich die Schicht als ein Ganzes bewegt. Formt man diese Gleichung um, indem man die Dimensionen des Apparates einführt und die Grenzbedingungen berücksichtigt, so erhält man eine Gleichung von der Form:

$$J\left(\frac{d^2\Theta}{dt^2} + 2k\frac{d\Theta}{dt} + \omega^2\Theta\right) + N\cdot A\cdot\eta\cdot\frac{d^2\Theta}{dy\cdot dt} = 0,$$

wo J das Trägheitsmoment der schwingenden Platten A das Trägheitsmoment jeder Oberfläche und N die Anzahl der der Reibung des Gases ausgesetzten Oberflächen ist.

Der Ausdruck $2k\cdot d\Theta/dt$ bedeutet das Moment, das der Bewegung den durch die innere Reibung des Aufhängedrahtes bedingten Widerstand leistet.

Maxwell hat nun diese Gleichung gelöst und erhält, nachdem er alle Funktionen in Reihen entwickelt hat, folgenden Ausdruck:

$$2Jb(l-k) = N\cdot A\cdot\eta\left\{1-\frac{1}{3}\cdot c\cdot l+\frac{1}{6}c^2(n^2-3l^2)+\frac{1}{7}\cdot\frac{2}{3}c^3(n^2l-l^3)\right.$$
$$\left.+\frac{1}{10}c^4\left(\frac{7}{16}n^4+\frac{215}{16}n^2l^2-\frac{145}{4}l^4\right)\right\}$$

wo $c = 4b^2\varrho/\eta$ und $n = 2\pi/\tau$.

Hierin haben A, J und N dieselbe Bedeutung wie vorher. Ferner ist:

- l das beobachtete Napiersche Dekrement der Schwingung in der Zeiteinheit,
- k das Napiersche Dekrement der Schwingung in der Zeiteinheit, das durch die Reibung der Nebenteile verursacht wird,
- η die Viskosität des Gases,
- τ die Schwingungszeit einer ganzen Schwingung,
- b die Dicke der reibenden Schicht,
- ϱ die Dichte des zu untersuchenden Gases.

Für Relativmessungen kann man den Ausdruck bedeutend vereinfachen, indem man die Konstanten des Apparates zusammenfaßt. Der Ausdruck erhält dann die Form:

$$(\lambda-\varkappa) = \tau\cdot\eta\cdot C_1\left[1-f_1\cdot\left(\frac{\varrho\cdot\lambda}{\eta}\right)+f_2\left(\frac{\varrho}{\eta}\right)^2-f_3\left(\frac{\varrho\cdot\lambda}{\eta}\right)^3\right.$$
$$\left.+f_4\cdot\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^3\cdot\lambda-f_5\cdot\left(\frac{\varrho\cdot\lambda}{\eta}\right)^3+f_6\cdot\left(\frac{\varrho}{\eta}\right)^4+f_7\cdot\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^4\cdot\lambda^2-f_8\cdot\left(\frac{\varrho\cdot\lambda}{\eta}\right)^4\right]$$

und wo λ und $\varkappa$ das logarithmische Dekrement in der Zeit τ bedeuten. Der in der eckigen Klammer stehende Ausdruck ist von 1 nur wenig verschieden. Maxwell hat den Klammer-

ausdruck mit $(1+x)$ bezeichnet, und im folgenden wird x die Maxwellsche Korrektion genannt.

Man kann also nun schreiben

$$\lambda - \varkappa = \tau \cdot \eta \cdot C_1 \cdot (1 + x),$$

also

$$\eta = \frac{\lambda - \varkappa}{\tau \cdot C_1 (1 + x)}.$$

Im folgenden wird nun gezeigt werden, wie $\varkappa$ bestimmt wurde, und daß x so klein ist, daß es gegen 1 vernachlässigt werden kann. Bezeichnet man nun das nur durch die Gasreibung bedingte Dekrement mit Λ, so erhält man, da τ für eine Versuchsreihe konstant bleibt, unter Zusammenfassung von C_1 und τ die einfache Gleichung

$$\eta = C \cdot \Lambda$$

oder

$$\frac{\eta_x}{\eta_{273}^{\text{Luft}}} = \frac{\Lambda_x}{\Lambda_{273}^{\text{Luft}}}; \qquad \eta_x = \eta_{273}^{\text{Luft}} \cdot \frac{\Lambda_x}{\Lambda_{273}^{\text{Luft}}}.$$

4. Bestimmung der Korrektionen.

a) Reibung der Nebenteile.

In vielen bisherigen Arbeiten über die Bestimmung der inneren Reibung der Gase nach der Schwingungsmethode ist die Reibung der Nebenteile gegen die Reibung des Gases vernachlässigt worden. Bei der neuen Versuchsanordnung mußte jedoch wegen der kleinen Dimensionen, und da bei tiefen Temperaturen sehr kleine Reibungskoeffizienten der Gase zu vermuten waren, der Reibung der Nebenteile besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden. Es ist daher eine Versuchsreihe mit zwei Apparaten gemacht worden, von denen bei dem einen das Dekrement einer Silberscheibe und bei dem anderen das einer Glasscheibe vom selben Trägheitsmoment beobachtet wurde. Da der Aufhängedraht derselbe war, und auch alle Nebenteile gleich waren, so mußte man annehmen, daß die Reibung der Nebenteile bei den Apparaten dieselbe sein mußte, wenn man sie auf die gleiche Schwingungszeit reduzierte. Jedoch war das Gewicht der Silberscheibe ein größeres und aus den Versuchen Tomlinsons[1]) und Guyes[2]) weiß man, daß die

1) H. Tomlinson, Phil. Trans. 177. p. 767. 1886.
2) Ph. A. Guye, Arch. d. sc. phys. et nat. Genf, 26—30.

innere Reibung eines Drahtes mit der Belastung zunimmt. Man hat also bei dieser Reibung der Nebenteile der beiden Apparate zu unterscheiden:

1. Die Reibung des Platindrahtes bei der Belastung und der Schwingungszeit der Glasscheibe $= \varkappa_1$.

2. Die Reibung des Platindrahtes bei der Belastung und der Schwingungszeit der Silberscheibe $= \varkappa_2$.

3. Die Reibung der übrigen Nebenteile (Spiegel) des Apparates $G = \varkappa_3$.

4. Die Reibung der übrigen Nebenteile des Apparates $S = \varkappa_4$.

Da die Nebenteile beider Apparate gleich waren, kann man $\varkappa_3 = \varkappa_4$ setzen, wenn die Schwingungszeiten angenähert gleich sind.

Die Gesamtreibung der Nebenteile des Apparates G ist dann

$$\varkappa_G = \varkappa_1 + \varkappa_3 ,$$

des Apparates S

$$\varkappa_S = \varkappa_2 + \varkappa_3 .$$

Es wurden nun $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ direkt bestimmt, indem Dekrementsmessungen im möglichst guten Vakuum gemacht wurden. Das Vakuum wurde mit der Quecksilberpumpe und durch Holzkohle, die abwechselnd ausgeglüht und durch flüssige Luft abgekühlt wurde, erhalten. Um möglichst alle Spuren von Wasserdampf und Quecksilberdampf zu kondensieren, wurden die Apparate während der Messung in flüssige Luft getaucht. Es wurde beobachtet:

$$\varkappa_1 = 0{,}00028 \qquad \text{bei } \tau = 9{,}60 \text{ sec} ,$$
$$\varkappa_2 = 0{,}00033 \qquad \text{bei } \tau = 10{,}50 \text{ sec} .$$

Nachdem $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ bestimmt waren, konnte man $\varkappa_3$ aus der großen Reihe von Versuchen mit den Apparaten über die Reibung in verschiedenen Gasen und bei verschiedenen Temperaturen berechnen.

Da nur der unterste Teil des Apparates die betreffende Temperatur annahm und sich der Spiegel, der den hauptsächlichen Beitrag zur Reibung $\varkappa_3$ der Nebenteile lieferte, stets in derselben Temperatur (Zimmertemperatur) befand, so kann man $\varkappa_3$ für Luft durch zwei Versuche bei verschiedener Temperatur in den beiden Apparaten einfach berechnen.

Es sei:

λ_{G_0} das Dekrement des Apparates G in Luft bei 273°,
λ_{S_0} „ „ „ „ S „ „ „ 273°,
λ_G „ „ „ „ G „ „ „ T°,
λ_S „ „ „ „ S „ „ „ T°,
η_0 die Viskosität von Luft bei 273° (siehe S. 38)
η_T „ „ „ „ „ T

Dann ist nach S. 21:

$$\left.\begin{aligned}(1)\ \eta_0 \cdot C_1 &= \lambda_{G_0} - (\varkappa_1 + \varkappa_3)\\ (2)\ \eta_0 \cdot C_2 &= \lambda_{S_0} - (\varkappa_2 + \varkappa_3)\end{aligned}\right\}\ (5)\quad \eta_0 (C_1 - C_2) = (\lambda_{G_0} - \varkappa_1) - (\lambda_{S_0} - \varkappa_2)$$

$$\left.\begin{aligned}(3)\ \eta_T \cdot C_1 &= \lambda_G - (\varkappa_1 + \varkappa_3)\\ (4)\ \eta_T \cdot C_2 &= \lambda_S - (\varkappa_2 + \varkappa_3)\end{aligned}\right\}\ (6)\quad \eta_T (C_1 - C_2) = (\lambda_G - \varkappa_1) - (\lambda_S - \varkappa_2).$$

Aus (5) und (6) folgt:

$$(7)\qquad \eta_T = \eta_0 \frac{(\lambda_G - \varkappa_1) - (\lambda_S - \varkappa_2)}{(\lambda_{G_0} - \varkappa_1) - (\lambda_{S_0} - \varkappa_2)}.$$

In dieser Gleichung ist alles zur Berechnung von η_1 bekannt. Hat man η_T ermittelt, dann erhält man durch Division von (1) und (3)

$$\frac{\eta_T}{\eta_0} = \frac{\lambda_G - (\varkappa_1 + \varkappa_3)}{\lambda_{G_0} - (\varkappa_1 + \varkappa_3)}.$$

Hieraus ergibt sich:

$$(8\,a)\qquad \varkappa_3 = \frac{\eta_0 (\lambda_G - \varkappa_1) - \eta_T (\lambda_{G_0} - \varkappa_1)}{\eta_0 - \eta_T}.$$

Desgleichen erhält man durch Division von (2) und (4)

$$(8\,b)\qquad \varkappa_3 = \frac{\eta_0 (\lambda_S - \varkappa_2) - \eta_T (\lambda_{S_0} - \varkappa_2)}{\eta_0 - \eta_T}.$$

Auf diese Weise wurde $\varkappa_3$ für verschiedene Gase ermittelt, und es zeigte sich, daß $\varkappa_3 \sim \eta^{1/2}$.

Da $\varkappa_3^{\text{Luft}}$ 0,00011 bei τ = ca 10 sec war,
so ergab sich

$$\varkappa_3^{\text{Gas}} = 11 \cdot \sqrt{\frac{\eta_{\text{Gas}}}{\eta_{\text{Luft}}}} \cdot 10^{-5}.$$

Die Gesamtreibung der Nebenteile konnte man in die Formel bringen:

$$\varkappa = \tau \left[25 \cdot \left(1 + \frac{p}{50}\right) + 11 \sqrt{\frac{\eta_{\text{Gas}}}{\eta_{\text{Luft}}}} \right] \cdot 10^{-6},$$

wo τ die Schwingungszeit und p das Gewicht des hängenden Systems ist.

b) Die Maxwellsche Korrektion.

In der auf S. 21 erwähnten Formel

$$\lambda - \varkappa = \tau \cdot \eta \cdot C_1 \ (1 + x)$$

wurde x die Maxwellsche Korrektion genannt und es wurde behauptet, daß x einen vernachlässigten Wert hat.

Es wurde gezeigt, daß man setzen kann:

$$x = -f_1 \cdot \left(\frac{\varrho \cdot \lambda}{\eta}\right) + f_2 \left(\frac{\varrho}{\eta}\right)^2 - f_3 \cdot \left(\frac{\varrho \cdot \lambda}{\eta}\right)^3 + f_4 \left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^3 \cdot \lambda - f_5 \cdot \left(\frac{\varrho \cdot \lambda}{\eta}\right)^3 + f_6 \left(\frac{\varrho}{\eta}\right)^4 + f_7 \left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^4 \cdot \lambda^2 - f_8 \left(\frac{\varrho \cdot \lambda}{\eta}\right)^4.$$

Hierin bedeuten die f Konstante, die von den Dimensionen des Apparates abhängen. Setzt man in diese Gleichung einige der wichtigsten Werte von ϱ, λ, η ein, so findet man, daß das zweite Glied den größten Beitrag zu dem x liefern muß. Maxwell selbst hat für verschiedene Anordnungen seiner Apparatur die Berechnung durchgeführt, und auch hier sieht man deutlich, daß das zweite Glied das größte ist. Es müßte sich demnach, wenn das x einen merklichen Wert hat, eine Abhängigkeit des Dekrements mit $(\varrho/\eta)^2$ zeigen. Da nur relative Messungen gemacht wurden, wurde x empirisch bestimmt. Mißt man das Dekrement in einem Gase von der Reibung η einmal bei der Dichte ϱ_1, einmal bei ϱ_2 und verändert sich dann das Dekrement, so hat x einen zu berücksichtigenden Betrag.

Jedoch man darf ϱ_2 nicht zu klein nehmen, da, wie die Versuche von Kundt und Warburg[1]) zeigen, bei kleinen Dichten die Gleitung einsetzt. Es wurden nun derartige Versuche ausgeführt, und es wurde bei Luft zwischen 760 mm und 38 mm kein Unterschied im Dekrement gefunden (siehe Tabelle S. 26). Bezeichnet man die Korrektionsgröße bei 760 mm mit x_1, bei 38 mm mit x_2, dann müßte, wie oben gezeigt wurde, angenähert die Beziehung bestehen:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{\left(\frac{\varrho_1}{\eta}\right)^2}{\left(\frac{\varrho_2}{\eta}\right)^2} = \frac{\varrho_1^2}{\varrho_2^2},$$

1) A. Kundt u. E. Warburg, l. c. p. 8 Anm. 5.

in diesem Falle, da

$$\varrho_2 = \frac{\varrho_1}{20},$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{400}{1}, \qquad x_1 = 400\, x_2 .$$

Wenn nun x_2 einen merklichen Wert hätte, dann würde das Dekrement im ersten Falle erheblich größer sein. Da das nicht der Fall ist, so kann man schließen, daß für diese Apparatur **die Maxwellsche Korrektion zu vernachlässigen ist.** Dieses ist um so bemerkenswerter, als dieser Apparat durchaus nicht die von Maxwell geforderten Eigenschaften besitzt. Maxwell sagt nämlich, daß die Größe x nur dann zu vernachlässigen sei, wenn die Schwingungen langsam sind, der Abstand der festen Platten klein ist, wenn die Dichte der Gase klein und ihre Viskosität groß ist. Da nun hier die Schwingungszeiten noch kleiner sind als bei Schumann, und Brillouin[1]) diesen kurzen Schwingungszeiten die Hauptschuld an den ungenauen Resultaten beimißt, so war von vornherein nicht zu erwarten, daß das x bei dieser Apparatur zu vernachlässigen wäre.

Schumann hat weder die Korrektion durch die Reibung der Nebenteile noch die Maxwellsche Korrektion berücksichtigt, und daher sind wohl seine fehlerhaften Resultate zu erklären. Er hat zwar eine im Sinne der Korrektion durch die Nebenteile wirkende Korrektion in seiner Formel angebracht, jedoch hat wahrscheinlich diese Korrektion einen Temperaturkoeffizienten, da in seiner Anordnung die gesamte Aufhängevorrichtung die Temperatur des Gases annimmt.

c) Die Gleitung.

Bei der Ableitung der Formel zur Berechnung der inneren Reibung ist die äußere Reibung, d. h. die Reibung zwischen dem Gas und dem festen Körper, als unendlich groß angenommen. Man ist, wie die Versuche Maxwells und Kundt u. Warburgs gezeigt haben, bis zu sehr kleinen Drucken zu der Annahme berechtigt, daß auf der Oberfläche der schwingenden Scheibe, die im Verhältnis der molekularen Dimensionen als absolut rauh betrachtet werden kann, eine Gasschicht fest auflagert, die bei der Schwingung der Scheibe stets dieselbe Geschwindigkeit hat wie die Scheibe. Um festzustellen, bis zu welchen Drucken herab diese Annahme berechtigt ist,

1) M. Brillouin, l. c. 2, p. 32.

braucht man nur das Dekrement bei kleinen Drucken zu messen. Diese Versuche wurden ausgeführt und im folgenden sind die Resultate wiedergegeben.

T	p (mm)	$\lambda_G . 10^5$	$\lambda_S . 10^5$
	760	1425	275
	380	1426	276
	200	1426	275
273,1°	100	1425	274
	38	1423	274
	10	1420	270
	ca. 1	1035	211
80,8	680	496	120
81,2	390	498	121
81,3	300	497	119
81,3	185	498	120
81,5	95	500	122

Man ersieht aus dieser Tabelle, daß das Dekrement des Apparates G erst zwischen 10 mm und 1 mm Druck sich merklich zu ändern beginnt, während bei dem Apparat S schon zwischen 38 mm und 10 mm eine Änderung von 2% eingetreten ist. Die Versuche bei 81° abs. zeigen, daß auch bei großen Dichten keine Änderung des Dekrementes mit der Dichte zu bemerken ist.

Als unterste Druckgrenze darf man also bei beiden Apparaten etwa 20 mm annehmen. Der Apparat G arbeitet jedoch noch bis zu Drucken von 10 mm durchaus zuverlässig.

Diese Grenze kann man theoretisch so deuten, daß bei ihr die freie Weglänge der Moleküle nicht mehr gegen den Abstand der festen Platten (etwa 3 mm) zu vernachlässigen ist. Berechnet man die freie Weglänge bei 760 mm, so ergibt sich, wie O. E. Meyer gezeigt hat, für alle Gase bei übereinstimmender Temperatur etwa $^1/_{10000}$ mm. Bei 1 mm beträgt sie dagegen schon etwa $^1/_{100}$ mm, und hier beginnt das Gebiet der Gleitung.

5. Vollständige Beschreibung und Berechnung eines typischen Versuches.

Die zur Berechnung des Reibungskoeffizienten erhaltene Endformel lautete:

$$\eta = \eta_0 \cdot \frac{\lambda - \varkappa}{\lambda_0 - \varkappa_0},$$

wo λ das logarithmische Dekrement der Dämpfung der Schwingungen des hängenden Systems ist, $\varkappa_0$ das logarithmische Dekrement der durch die Reibung der Nebenteile in Luft bei 273,1° bedingten Dämpfung und $\varkappa$ das logarithmische Dekrement der Dämpfung der Nebenteile in dem betreffenden Gase bei 273,1° bedeutet.

Unter dem logarithmischen Dekrement versteht man bekanntlich den Logarithmus des Verhältnisses zweier aufeinander folgender Ausschläge. Bezeichnen wir den ersten Ausschlag aus der Ruhelage nach links mit a_1, nach rechts mit b_1 und setzen wir:

$$\frac{a_1}{b_1} = k,$$

so ist

$$\lambda = \lg k = \lg a_1 - \lg b_1.$$

Dieses k soll nun bei einer Schwingungsreihe konstant sein, d. h. es muß sein

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_n}{b_n} = k.$$

Man kann also das k berechnen, wenn man ein a und ein b kennt, jedoch macht man, um die Genauigkeit zu vergrößern, mehrere Ablesungen. Bei der Bestimmung des k wurden nun der Schwingungszeit des Apparates gemäß immer die Umkehrpunkte folgender Ausschläge abgelesen:

$a_1\ b_2,\ a_4\ b_5,\ a_7\ b_8,\ a_{10}\ b_{11},\ a_{13}\ b_{14},\ a_{16}\ b_{17},\ a_{19}\ b_{20},\ a_{22}\ b_{23}$.

Die Ablesung geschah durch ein Fernrohr mit einer Skala von 60 cm Länge mit Millimeterteilung, die sich in dem im Apparat angebrachten Planspiegel abbildete. Die Entfernung der Skala vom Spiegel betrug 2,45 m. Es wurden $^1/_{10}$ mm geschätzt. Aus den genannten Ablesungen wurde k in folgender Weise berechnet: Es wurde stets das Verhältnis

$$\frac{a_n + b_{n+1}}{a_{n+15} + b_{n+16}} \quad \text{oder} \quad \frac{a_n + b_{n+1}}{a_{n+30} + b_{n+31}}$$

gebildet.

Nun ist

$$a_n = \frac{a_1}{k^{2n-2}}; \qquad b_n = \frac{a_1}{k^{2n-1}}$$

also erhält man für das Verhältnis

$$\frac{a_n + b_{n+1}}{a_{n+15} + b_{n+16}} = k^{30}.$$

Nun ist

$$\lg k = \lambda$$

also

$$\lg k^{30} = 30\,\lambda\,,$$

Also erhält man das 30 fache des logarithmischen Dekrements. Für das Verhältnis

$$\frac{a_n + b_{n+1}}{a_{n+30} + b_{n+31}}$$

erhält man das 60 fache des Dekrementes. Diese Art der Ablesung ist äußerst günstig, da man den Nullpunkt nicht zu kennen braucht und da die zwischen zwei Ablesungen liegende Zeit ziemlich lang ist. Eine Reduktion auf Bogenmaß brauchte bei der großen Entfernung der Skala nicht vorgenommen zu werden.

Im folgenden ist nun, um die Beobachtungsart zu veranschaulichen und um gleichzeitig die Genauigkeit der Ablesung und des Apparates zu zeigen, ein Schwingungsvorgang berechnet. Der Nullpunkt wurde folgendermaßen ermittelt:

Bezeichnet man die Lage des Nullpunktes mit x, dann muß sein

$$\frac{x - A_1}{B_2 - x} = \frac{x - A_n}{B_{n+1} - x}\,,$$

wo A_n bzw. B_{n+1} die Lage der linken bzw. rechten Umkehrpunkte bedeuten.

Aus der folgenden Tabelle ersieht man, daß die berechneten Zahlen fast stets genau mit den beobachteten übereinstimmen, und daß die größte Abweichung bei B_{20} 0,4 mm beträgt. Die Genauigkeit der Dekrementsbestimmung ist etwa 0,2 %.

In manchen Versuchen, namentlich mit dem Apparat S, war das Dekrement nicht so konstant. Um die Berechnungen des Dekrements und des Reibungskoeffizienten aus dem Dekrement noch deutlicher zu illustrieren, sind im folgenden noch einige Versuche am Methan ausführlich mitgeteilt, und zwar sind in Tabelle II, S. 30 Beispiele für die Bestimmung des 30fachen, in Tabelle III, S. 31 für die Bestimmung des 60fachen Dekrements gegeben. Es würde zu weit führen, wenn man sämtliche Versuche am Methan mit allen Dekrementsbestimmungen wiedergeben wollte. Daher sind nur diese vier Be-

Tabelle I.
Schwingungen der Glasscheibe in Luft.
Messung am 10./8. 1912.
$\lambda = 0{,}01500$.

Berechnung des Nullpunktes.

$$\frac{x - 16{,}80}{50{,}13 - x} = \frac{x - 30{,}21}{38{,}02 - x}, \qquad x = 34{,}11.$$

Nummer	A		B	
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
1	16,80	(16,80)		51,23
2		17,97	50,13	50,10
3		19,06		49.04
4	20,11	20,09		48,06
5		21,03	47,14	47,14
6		21,91		46,29
7	22,77	22,74		45,49
8		23,51	44,74	44.74
9		24,23		44,04
10	24,93	24,91		43,39
11		25,52	42,79	42,79
12		26,12		42.22
13	26,70	26,67		41,69
14		27,18	41,20	41,20
15		27,65		40,74
16	28,12	28,10		40,31
17		28,51	39,92	39,91
18		28,90		39,54
19	29,28	29,26		39,19
20		29,60	38,90	38,86
21		29,91		38,56
22	30,21	30,21		38,28
23		30,48	38,02	38,01

stimmungen ausführlich wiedergegeben. In Tabelle IV S. 32 sind dann die Resultate aller Dekrementsbestimmungen am Methan und den Kontrollbestimmungen an Luft zusammengestellt, und gleichzeitig sind auch die Ergebnisse der Zeit, Druck- und Temperaturmessungen angegeben. Die Schwingungszeiten wurden mit einem Stoppuhr-Chronometer mit $^1/_5$ sec-Teilung so bestimmt, daß die Zeit von 10 Schwingungen gemessen wurde. Bei der gleichen Versuchsanordnung, d. h.

bei der gleichen Länge des Aufhängedrahtes, zeigten sich in verschiedenen Gasen und bei verschiedenen Temperaturen keine wesentlichen Schwankungen der Schwingungszeit. Die Drucke wurden am offenen Manometer mit nur etwa 2—4 mm Genauigkeit abgelesen, da der Druck auf den Reibungskoeffizienten keinen Einfluß hat.

Die Temperaturen wurden, wie schon erwähnt, mit Platinwiderstandsthermometern gemessen. Diese Thermometer bestanden aus je einem 0,05 mm dicken Platindraht von etwa 1 m Länge von etwa 70 Ohm Widerstand bei Zimmertemperatur,

Tabelle IIa.

Messung am 19./11. 1912.

Luft 273,1°. $p = 750$ mm. $\tau = 9{,}05$ sec.

Apparat *G*.

Ul	Ur	Ur − Ul	lg (Ur − Ul)	30 λ
16,90	45,63	28,73	1,45834	—
19,57	43,20	23,63	1,37346	—
21,77	41,20	19,43	1,28847	—
23,59	39,53	—	—	—
25,08	38,20	—	—	—
26,30	37,10	10,80	1,03342	0,42492
27,30	36,19	8,89	0,94890	0,42456
28,12	35,41	7,29	0,86273	0,42574
				1,27522 : 90

$\lambda = 0{,}01417$

Tabelle IIb.

Apparat *S*. $\tau = 9{,}90$ sec.

Ul	Ur	Ur − Ul	lg (Ur − Ul)	30 λ
18,20	47,29	29,09	1,46374	—
18,72	46,79	28,07	1,44824	—
19,26	46,23	26,97	1,43088	—
19,78	45,76	—	—	—
20,22	45,27	—	—	—
20,70	44,80	24,10	1,38202	0,08172
21,15	44,37	23,22	1,36586	0,08238
21,58	43,92	22,34	1,34908	0,08180
				0,24590 : 90

$\lambda = 0{,}00273$

Tabelle IIIa.

Methan $T = 273{,}1°$. $p = 620$ mm. $\tau = 9{,}05$ sec.

Apparat *G*.

Nr.	Ul	Ur	Ur − Ul	lg (Ur − Ul)	60 λ
1	15,91	48,19	32,28	1,50893	—
2	17,80	46,40	28,60	1,45637	—
3	19,42	44,83	—	—	—
4	20,90	43,48	—	—	—
5	22,20	42,24	—	—	—
6	23,38	41,12	—	—	—
7	24,39	40,18	—	—	—
8	25,30	39,31	—	—	—
9	26,10	38,54	—	—	—
10	26,81	37,89	—	—	—
11	27,48	37,29	9,81	1,99167	0,51726
12	28,02	36,73	8,71	0,94002	0,51635
					1,03371:120

$\lambda = 0{,}00861$

Tabelle IIIb.

Methan $T = 273{,}1$. $p = 620$ mm. $\tau = 9{,}90$ sec.

Apparat *S*

Nr.	Ul	Ur	Ur − Ul	lg (Ur − Ul)	60 λ
1	16,90	48,90	32,00	1,50515	—
2	17,30	48,50	31,20	1,49415	—
3	17,70	48,12	—	—	—
4	18,08	47,74	—	—	—
5	18,42	47,40	—	—	—
6	18,79	47,02	—	—	—
7	19,15	46,70	—	—	—
8	19,47	46,38	—	—	—
9	19,79	46,05	—	—	—
10	20,11	45,71	—	—	—
11	20,43	45,39	24,96	1,39724	0,10791
12	20,74	45,10	24,36	1,38668	0,10747
					1,21538:120

$\lambda = 0{,}00179$

Tabelle IV.

Datum	Gas	p(mm)	T	τ		$\lambda \cdot 10^5$	
				G	S	G	S
19./11.	Luft	750	273,1	9,05	9,90	1417	273
20./11.	Methan (schmelzendes Eis)	620	273,1	9,05	9,90	861	179
			273,1			859	178
			273,1			860	179
	Methan (Äther-Kohlensäure)	400	194,4			646	
			194,7			648	
			194,7				142
			194,9				145
	Methan (flüssiger Sauerstoff)	150	91 4			314	
			91,5			313	
			91,6				86
			91,5				88
	Methan	623	273,1			859	178
	Luft	750	273,1			1413	272

die auf je einem halkreisförmigen Glimmerring aufgewickelt und dicht an der oberen festen Glasplatte a mit Porzellankitt befestigt waren. Die Thermometer wurden in flüssigem Sauerstoff geeicht, indem nach der von Nernst[1]) angegebenen Methode die Korrektionsgröße a berechnet, und dann die Skala nach Nernsts Messungen berechnet wurde. Die Widerstandsmessungen wurden mit Präzisionswiderstandskästen vorgenommen und als Nullinstrument diente ein hochempfindliches Amperemeter. Es wurde nur eine Genauigkeit von $^1/_{10}{}^0$ erstrebt, und diese wurde ohne Mühe erreicht. Bemerkenswert ist, daß bei ganz tiefen Temperaturen (bei der des flüssigen Wasserstoffs) die Temperatur durch die Wärmeleitung des Ni-Drahtes um einen zu berücksichtigenden Betrag erhöht wurde. Daher wurde bei den letzten Versuchen mit flüssigem Wasserstoff ein Teil des Ni-Drahtes durch ein Glasstäbchen ersetzt, wodurch die Wärmeleitung beträchtlich herabgesetzt, und wie durch Kontrollmessungen mit Thermoelementen, die direkt in die reibende Schicht gebracht wurden, festgestellt wurde, eine Temperatur von 21° erzielt wurde.

1) W. Nernst, Ann. d. Phys. (4) 36. p. 405. 1911.

Bei allen Messungen wurde nun ähnlich verfahren wie bei den Methanmessungen.

Zuerst wurde eine Dekrementsbestimmung in Luft bei 273,1° gemacht. Dann wurde der Apparat evakuiert und mit dem Gase einige Male ausgespült. War das Gas gut gereinigt, so wurden wieder mehrere Messungen bei 273,1° gemacht. Dann wurde der untere Teil des Apparates in das betreffende Temperaturbad getaucht (Äther–Kohlensäure, flüssigen Sauerstoff, flüssige Luft, flüssigen Wasserstoff) und die Temperatur gemessen. War die Temperatur konstant geworden, so wurden wieder einige Dekrementsbestimmungen gemacht. Zuletzt wurde regelmäßig eine Rückbestimmung bei 273,1° in dem betreffenden Gase gemacht, damit man feststellen könnte, ob sich das Dekrement durch die Erschütterungen beim Unterstellen der Dewargefäße nicht geändert hat, und ob der Apparat während der ganzen Dauer des Versuches dicht geblieben war. Hin und wieder wurden Kontrollbestimmungen in Luft bei 273,1° gemacht. Zwischen allen Kontrollbestimmungen bei derselben Versuchsanordnung wurde dann bei der Endberechnung das Mittel genommen.

Die Abweichung der Einzelwerte vom Mittelwert überschritt nie 0,5%.

Aus der Tabelle S. 32 wurden die η-Werte folgendermaßen ermittelt. Zuerst wurde das Mittel aus den zusammengehörigen Messungen genommen. Man erhält dann

Gas	T	$\lambda_G \cdot 10^5$	τ_G	$\lambda_S \cdot 10^5$	τ_S
Luft	273,1	1415	9,05	274	9,90
Methan	273,1	860		179	
	194,7	647		143	
	91,5	314		87	

Nun kann man die $\varkappa$ aus der Formel auf S. 23 berechnen, indem man angenähert für $\frac{\eta_{\text{Gas}}}{\eta_{\text{Luft}}} = \frac{\lambda_{\text{Gas}}}{\lambda_{\text{Luft}}}$ setzt

$$\varkappa^{G}_{\text{Luft}} = 9{,}05 \left[\left(25 + \frac{5{,}4}{50} \right) + 11 \sqrt{\frac{1415}{1415}} \right] \cdot 10^{-6}$$
$$= 35 \cdot 10^{-5}$$
$$\varkappa^{G}_{\text{Methan}} = 33 \cdot 10^{-5}.$$

Nimmt man nun, wie aus dem folgenden Kapitel hervor-

geht, für Luft $\eta_0 = 1724 \cdot 10^{-7}$ an, so ergibt sich nach der Formel auf S. 26:

$$\frac{\eta_0^{\text{Methan}}}{\eta_0^{\text{Luft}}} = \frac{860 - 33}{1415 - 35}; \quad \eta_0^{\text{Methan}} = 1724 \cdot 10^{-7} \frac{827}{1380} = \mathbf{1033 \cdot 10^{-7}}$$

$$\eta_{194,7}^{\text{Methan}} = \mathbf{767 \cdot 10^{-7}} \qquad \eta_{91,5}^{\text{Methan}} = \mathbf{351 \cdot 10^{-7}}.$$

Man könnte nun in derselben Weise die η aus den Messungen mit Apparat S berechnen und würde dann ziemlich dieselben Werte erhalten. Man darf jedoch die Messungen mit dem Apparat S, die ja nur zur Ermittelung der Reibung der Nebenteile $\varkappa$ angestellt sind, nicht ebenso hoch bewerten, wie die mit dem Apparat G, weil die Reibung von G in bezug auf die Reibung der Nebenteile groß ist, während das beim S nicht der Fall ist. Es kann nun aber an diesem Beispiele geprüft werden, ob die für $\varkappa$ aufgestellte Formel richtig ist, nachdem man η ermittelt hat. Nach Formel S. 26 muß sein:

$$\frac{\eta_T}{\eta_0} = \frac{\lambda_T^S - \varkappa_S}{\lambda_0^S - \varkappa_S}$$

oder

$$\varkappa_S = \frac{\eta_0 \cdot \lambda_T - \eta_T \cdot \lambda_0}{\eta_0 - \eta_T}.$$

Setzt man ein, so erhält man für

$$\frac{\eta_{194,7}}{\eta_0}: \ \varkappa_S = 38 \cdot 10^{-5} \quad \text{für} \quad \frac{\eta_{91,5}}{\eta_0}: \ \varkappa_S = 39 \cdot 10^{-5}.$$

Nach der Formel S. 23 berechnet man

$$\varkappa_S^{\text{Methan}} = 38 \cdot 10^{-5}.$$

Dieser Wert stimmt mit den oben ermittelten im Bereich der Beobachtungsgenauigkeit überein. Daraus ersieht man auch, daß $\varkappa$ sogar auf 3% genau bestimmt werden konnte.

III. Der Absolutwert des Reibungskoeffizienten von Luft bei 273,1°.

Da, wie schon erwähnt wurde, nur Relativmessungen gemacht wurden, war es von Wichtigkeit, den Absolutwert des Reibungskoeffizienten eines Gases möglichst genau festzulegen. Als Ausgangswert wurde aus verschiedenen Gründen der Wert des Reibungskoeffizienten der Luft bei 273,1° gewählt, und es wird nun im folgenden versucht, den wahrscheinlichsten Betrag dieses Wertes durch kritische Zusammenstellung möglichst aller bisher in der Nähe dieser Temperatur gemachten

Messungen zu ermitteln. Diese Aufgabe erscheint um so wichtiger, als die genaue Kenntnis dieses Wertes auch in anderen Gebieten der Physik, z. B. bei Bestimmung des elektrischen Elementarquantums nach der Methode Millikans[1]) von Bedeutung ist.

In der folgenden Tabelle, die an Hand der Originalarbeiten zusammengestellt wurde, sind die wichtigsten Messungsergebnisse der inneren Reibung der Luft bei 273,1° und bei Zimmertemperatur chronologisch geordnet mitgeteilt. Die in der vorletzten Spalte stehenden eingeklammerten Zahlen sind mit Hilfe der Sutherlandschen Formel ($C = 117$) auf 273,1° reduzierte Werte. In Nr. 3 bedeuten die eingeklammerten Werte von O. E. Meyer selbst aus seinen Beobachtungen berechnete Mittelwerte. Der Wert Fishers, Nr. 19, ist auch ein Mittelwert und wurde von Rankine berechnet.

Nimmt man nun aus sämtlichen, auf 273,1° reduzierten Werten kritiklos das Mittel, so erhält man

$$\eta_0 = 1732 \cdot 10^{-7}$$

Dieser Wert wird wahrscheinlich in der Nähe des wahren Wertes liegen.

Teilt man nun die Versuche nach den verschiedenen Methoden ein, so sieht man, daß die nach der Transpirationsmethode gefundenen Werte untereinander eine recht gute Übereinstimmung zeigen, und daß der Mittelwert aus allen nach der Transpirationsmethode gewonnenen Resultate $\eta_0 = 1728 \cdot 10^{-7}$ nicht sehr weit entfernt liegt von dem Wert

$$\eta_0 = 1732 \cdot 10^{-7}$$

Jedoch darf man trotzdem den nach der Transpirationsmethode gewonnenen Resultaten nicht das größte Gewicht beilegen, da diese wegen der Ermittelung der Korrektionen mathematisch am schwierigsten zu behandeln ist. Insbesondere kommt in der Poisseuilleschen Formel zur Berechnung des

1) Nach Vollendung dieser Arbeit ist von R. A. Millikan selbst eine Abhandlung über den wahrscheinlichsten Wert des Reibungskoeffizienten der Luft erschienen (Ann. d. Phys. 41. p. 759f.). Er erhält, da er einesteils dem Verf. noch nicht zugängliche Arbeiten berücksichtigt hat, und andrenteils bedeutende, ältere Arbeiten nicht beachtet hat, einen um etwa 0,8 % kleineren Wert als der Verf. Wenn auch der Festsetzung des Absolutwertes eine gewisse Willkür nicht abzusprechen ist, so scheint doch der von Millikan angegebene Wert zu klein zu sein.

Tabelle V.

Zusammenstellung der Werte von η Luft bei 273,1°.

Nr.	Beobachter	Methode	T	$\eta_T \cdot 10^7$	$\eta_0 \cdot 10^7$	Literatur
1.	Graham	Transpiration	273,1	1683	1683	Phil. Trans. 1846
2.	Maxwell	Schwing. Scheiben	273,1	1878	1878	Phil. Trans. 1866
3.	O. E. Meyer	Transpiration	273,1	(1720)	(1720)	Pogg. Ann. 1873
4.	v. Obermayer	Transpiration	273,1	1705	1705	Wiener Ber. 1875
5.	Puluj	Transpiration	273,1	1750	1750	Wiener Ber. 1878
6.	Kundt u. Warburg	Schwing. Scheiben	288	1890	(1814)	Pogg. Ann. 1875
7.	Warburg	Transpiration	298,7	1890	1761	Pogg. Ann. 1876
8.	L. Meyer u. Schumann	Transpiration	293	1980	(1875)	Wied. Ann. 1881
9.	O. Schumann	Schwing. Scheiben	273,1	1679	1679	Wied. Ann. 1884
10.	Schneebeli	Transpiration	273,1	1707	1707	Arch. d. sc. phys. et nat. Genf 1885
11.	Holman	Transpiration	273,1	1680	1680	Proc. Am. Ac. **21.** 1840
12.	Tomlinson	Schwing. Zyl. u. Kugeln	273,1	1716	1716	Proc. Roy. Soc. **40.** 1886
13.	Couette	Transpiration	293	1794	(1695)	Ann. Chim. Phys. 1890
14.	Fabry u. Perrot	Dämpfung eines Elektrometers	286	1730	(1664)	Comptes Rendues 1897
15.	Breitenbach	Transpiration	273	1733	1733	Ann. d. Phys. **5.** 1901
16.	Schultze	Transpiration	288	1811	(1734)	Ann. d. Phys. **5.** 1901
17.	Reynolds	Schwing. Kugeln	294	1870	(1760)	Phys. Rev. **18—19.** 1904
18.	F. Kleint	Transpiration	288	1810	(1733)	Diss. Halle 1904
19	Fisher	Transpiration	296	1847	(1726)	Phys. Rev. **24—30.**
20.	G. Zemplen	Schwing. Kugeln	293	1794	(1695)	Ann. d. Phys. **19.** 1906
21.	Hogg	Schwing. Kugeln	273,1	1713	1713	Proc. Ann. Ac. **40.** 1905
22.	Grindley u. Gibson	Transpiration	273,1	1702	1702	Proc. Roy. Soc. A. **80.** 1908.
23.	Tänzler	Transpiration	273,1	1736	1736	Diss. Halle 1908
24	Zemplen	Ablenk. von Kugeln	291	1911	(1813)	Ann. d. Phys. **29.** 1909
25.	Rankine	Vereinf. Transpiration	273,1	1724	1724	Proc. Roy. Soc. **84.** 1910
26.	Gilchrist	Ablenk. v. Zylindern	293	1812	1709	Phys. Zeitschr. **14.** 1913
27.	Piwnikiewicz	Transpiration	290	1806	1722	Phys. Zeitschr. **14.** 1913

Reibungskoeffizienten aus der Durchströmungsgeschwindigkeit durch Kapillare die 4. Potenz des Radius der Kapillare vor. Da nun dieser Radius sehr schwer genau ermittelt werden kann, ist es sehr leicht möglich, daß diesen Messungen ein Fehler von mehreren Prozent anhaftet. Trotzdem kann der Mittelwert aus allen Transpirationsmessungen nahe an dem wahren Wert liegen, da ja der Fehler in der Ausmessung der Kapillare mit derselben Wahrscheinlichkeit positiv als auch negativ sein kann. Vergleicht man in dieser Hinsicht die Schwingungsmethode mit der Transpirationsmethode, so liegen hier die Verhältnisse günstiger. Besonders einfach ist die mathematische Behandlung der Methode der schwingenden Kugeln, und deshalb muß ihr auch bei der Bestimmung des wahren Wertes das Hauptgewicht beigelegt werden. Die Messungen nach den Methoden zeigen auch untereinander eine gute Übereinstimmung.

Nach der Methode der schwingenden Scheiben, die bei der Bestimmung des Absolutwertes wegen der Randwirkungen große mathematische Schwierigkeiten bietet, liegen nur drei Beobachtungen vor, von denen zwei eine beträchtliche Abweichung von dem Mittelwert zeigen, während der Schumannsche Wert um etwa 3% zu klein ist. Wegen der erwähnten Schwierigkeiten darf man die Werte der Methode der schwingenden Scheiben nicht so hoch einschätzen, wie die der schwingenden Kugeln.

Wenn man von der von Fabry und Perrot (Nr. 14) angewandten Methode absieht, die wohl nur wegen ihrer Eigenartigkeit Bedeutung hat und deren Ergebnis auch nicht sehr hoch bewertet werden darf, so bleibt nur noch die Besprechung der nach der Ablenkungsmethode Zemplens gewonnenen Resultate übrig. Diese Methode ist zu Absolutmessungen außer von Zemplen nur noch von Gilchrist[1]) angewendet worden, und die Ergebnisse dieser beiden Messungen zeigen eine große Diskrepanz. Man darf jedoch daraus, daß der Gilchristsche Wert näher an dem oben erwähnten Mittelwert liegt, als der Zemplensche, nicht schließen, daß die Methode Gilchrists besser sei als die Zemplens, sondern es ist sogar wahrscheinlicher, daß die sehr sorgfältigere Arbeit Zemplens besser ist, um so mehr als die mathematische Theorie für Kugeln genauer durch-

1) Über eine neuere Arbeit von Rapp vgl. Millikan, l. c.

zuführen ist, wie für Zylinder. Daß nun trotz der Sorgfältigkeit von Zemplens Arbeit ein um etwa 5% größerer Wert als der Mittelwert aller anderer Messungen resultiert, ist auffällig.[1])

Vergleicht man nun alle Methoden miteinander, so erhält man folgende Tabelle:

Methode	Mittelwert $\eta_0 \cdot 10^7$	Anzahl der Versuche	Gewicht
Transpiration	1728	16	4
Schwingende Scheiben . . .	1790	3	2
Schwingende Kugeln . . .	1721	4	10
Ablenkung von Zylindern . .	1709	1	4
Methode von Fabry u. Perrot	1664	1	1

Die Zahlen in der letzten Spalte bedeuten die Gewichte, mit denen man die verschiedenen Methoden nach ihrer mathematischen Durchführbarkeit und nach den experimentellen Schwierigkeiten bewerten kann. Von einer Bewertung des Zemplenschen Wertes ist infolge der bevorstehenden Nachprüfung desselben abgesehen worden.

Die geringe Bewertung der Methode der schwingenden Scheibe rührt daher, daß die beiden Messungen von Maxwell und Kundt und Warburg wahrscheinlich einen prinzipiellen Fehler enthalten, der vielleicht auf eine falsche Korrektion wegen der Randwirkungen zurückzuführen ist. Nimmt man nun aus diesen Werten unter Berücksichtigung der Gewichte das Mittel, und fügt man den O. E. Meyerschen Mittelwert (Nr. 3) $\eta_0 = 1720 \cdot 10^{-7}$ mit dem Gewicht 1 hinzu, so erhält man

$$\eta_0 = 1724 \cdot 10^{-7} .$$

Dieser Wert[2]), der übrigens genau mit dem von Rankine

1) Herr Prof. Dr. Zemplen hat dem Verfasser auf dessen Anfrage freundlichst mitgeteilt, daß er zwar seinen nach der Ablenkungsmethode erhaltenen Wert für besser hält, als die nach anderen Methoden erhaltenen Werte, daß er jedoch die Werte seiner Apparatkonstanten einer sorgfältigen Prüfung unterwerfen will, damit er den Wert von η unzweifelhaft feststellen könnte.

2) Berücksichtigt man die Arbeit Millikans (l. c.), so würde sich der Mittelwert etwas niedriger stellen. Der wahrscheinlichste Wert würde demnach nahezu mit dem von O. E. Meyer angenommenen

$$\eta_0 = 1720 \cdot 10^{-7}$$

(Nr. 25) nach einer besonderen Transpirationsmethode gefundenen übereinstimmt, wurde als der wahrscheinlichste Absolutswert allen folgenden Messungen zugrunde gelegt. Nach der großen Anzahl von Beobachtungen, die bei Bestimmung dieses Wertes in Betracht gezogen wurden, ist kaum zu vermuten, daß der Fehler dieses Wertes 0,5% überschreitet.

IV. Darstellung und Reinigung der untersuchten Gase.

Die untersuchten Gase wurden in möglichst reinem Zustand hergestellt und gut getrocknet. Der Reibungsapparat wurde stets zwischen zwei Gasfüllungen gut evakuiert und, wenn die Mengen des zu messenden Gases ausreichten, wiederholt damit ausgespült. Gummiverbindungen in der Zuleitung wurden möglichst vermieden, und wenn sie wirklich unvermeidlich waren, wurde der beste Vakuumschlauch verwendet, und es wurde die Verbindung zwischen Gummi und Gasrohr stets mit weißem Siegellack verkittet.

Die Herstellung des *Wasserstoffs* und *Sauerstoffs* erfolgte auf elektrolytischem Wege in einem **U**-Rohr. Als Elektrolyt wurde Natronlauge verwendet und die Elektroden bestanden aus reinem Nickel. Bei der Gewinnung des Wasserstoffs wurde der Sauerstoff in die Luft gelassen und umgekehrt. Das austretende Gas wurde durch ein mit Platinasbest gefülltes und durch den Zersetzungsstrom geheiztes Glasrohr geleitet, in dem der eventuell durch Diffusion eingetretene Sauerstoff (bzw. Wasserstoff) zu Wasser verbrannt wurde. Der so gereinigte Wasserstoff wurde sorgfältig durch Phosphorpentoxyd getrocknet und dann in den Reibungsapparat geleitet. Zur Gewinnung des Sauerstoffs wurden nur die Pole der Zuleitung vertauscht.

---

zusammenfallen, der wohl am besten allen späteren Relativmessungen zugrunde zu legen ist. Von einer Umrechnung der Werte in dieser Arbeit auf diesen Mittelwert wurde Abstand genommen. Für die Temperaturabhängigkeit verwendet man am besten die Sutherlandsche Formel mit $C = 117$ bei nicht zu extremen Temperaturen. Es würde daraus folgen:

$$\eta_T = 148{,}7 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{T^{3/2}}{T + 117}$$

also

$$\eta_{296} = 1833 \cdot 10^{-7}$$

(gegen $1824 \cdot 10^{-7}$ bei Millikan).

Die Gewinnung des *Stickstoffs* geschah nach folgender Methode. Es wurde eine Lösung von Natriumnitrit mit Ammoniumsulfat gemischt und im Wasserbade auf eine Temperatur von etwa 40° gehalten.

Der nach der Reaktion

$$(NH_4)_2SO_4 + 2\,NaNO_2 = Na_2SO_4 + 4\,H_2O + \mathbf{4\,N}$$

gebildete Stickstoff wurde erst durch konzentrierte Natronlauge und dann durch eine etwa 40 cm lange in flüssige Luft eintauchende Spirale geleitet. In diesem Rohr kondensierten sich alle nicht permanenten Gase, und der erhaltene Stickstoff war von großer Reinheit.

In ähnlicher Weise wurde auch das *Helium* gereinigt. Die in dem zur Verfügung stehenden aus Monazitsand gewonnenen Helium vorhandenen Verunreinigungen konnten nur aus Luft und Wasserstoff bestehen. Um diese Gase zu entfernen, wurde das Helium zuerst über den bei der Gewinnung des Wasserstoffs verwendeten mit Platin–Asbest gefüllten elektrischen Ofen geleitet, in dem der beigemengte Wasserstoff mit dem Sauerstoff der beigemengten Luft zu Wasser verbrannte. Dann wurde das Helium durch die zur Reinigung des Stickstoffs verwendete Spirale geleitet, die aber jetzt in flüssigem Wasserstoff getaucht war. Hierdurch wurden alle Gase, deren Siedepunkt oberhalb dem des Wasserstoffs liegen, kondensiert, und ein sehr reines Helium erhalten.

Das *Kohlenoxyd* wurde in der von Abegg angegebenen und auch von Zimmer[1]) angewendeten Methode hergestellt. Es wurden 100 g Natriumformiat in 300 g Wasser gelöst. Die Lösung wurde im Wasserbade auf etwa 80° erwärmt und dann wurde durch einen Tropftrichter konzentrierte Schwefelsäure hinzugefügt. Das entstandene Kohlenoxyd wurde in derselben Weise wie Stickstoff durch Kalilauge, flüssige Luft und Phosphorpentoxyd gereinigt, getrocknet und in den Apparat geleitet.

Das *Methan* wurde durch Zerdrücken von mit Zinkmethyl gefüllten Glaskügelchen (von Kahlbaum) unter Wasser gewonnen und in derselben Weise wie Stickstoff gereinigt und getrocknet.

Das *Äthan* wurde durch Zerdrücken von mit Zinkäthyl

1) O. Zimmer, Verh. d D. phys. Ges. p. 471. 1912.

gefüllten Glaskügelchen (von (Kahlbaum) unter Wasser gewonnen, durch P_2O_5 getrocknet, und in einem an dem Gaszuleitungsrohr des Reibungsapparates befindlichen Ansatzrohr durch flüssige Luft ausgefroren. Die permanenten Gase wurden dann weggepumpt, wodurch das Äthan von allen Gasen, deren Siedepunkt tiefer liegt als der der Luft, befreit wurde.

In derselben Weise wurden durch Ausfrieren und Abpumpen die aus Bomben entnommenen Gase

$$CO_2, \quad C_2H_2, \quad SO_2 \quad \text{und} \quad NH_3$$

gereinigt.

Das *Stickoxyd* wurde nach der von Emmisch angegebenen Methode hergestellt. Es wurde Natriumnitrit in konzentrierter Schwefelsäure unter Gegenwart von Quecksilber gelinde erwärmt. Nachdem alle Luft verdrängt worden war, entstand das farblose Stickoxyd in großer Reinheit. Von Beimengungen wurde es durch Ausfrieren mit flüssiger Luft gereinigt.

Das *Stickoxydul* wurde nach folgender Methode erhalten. Es wurde eine Mischung von einer $NaNO_2$-Lösung und einer $(NH_3)_2SO_4$-Lösung erwärmt, wodurch Stickoxydul entstand, das durch Kalilauge, Phosphorpentoxyd und durch Ausfrieren mit flüssiger Luft gereinigt und getrocknet wurde.

Die organischen Dämpfe wurden aus möglichst reinen, von Kahlbaum frisch bezogenen Präparaten erhalten, sorgfältig getrocknet und durch feste Kohlensäure ausgefroren. Es sind dies: Chloroform, Äthyläther, Äthylacetat, Äthylbromid, Methylchlorid, Äthylchlorid.

Der Wasserdampf wurde nur durch Ausfrieren mit fester Kohlensäure und Abpumpen der permanenten Gase gereinigt.

V. Versuchsergebnisse.

In Tabelle S. 42—43 sind die Versuchsergebnisse in der Reihenfolge, wie sie gewonnen wurden, eingetragen. Über die Druck-, Zeit- und Temperaturmessungen sowie über die Berechnung von $\varkappa$ und η wurde in Kapitel II, 5 ausführlich berichtet, so daß darüber nichts mehr hinzugefügt zu werden braucht.

Die in Tabelle, S. 43 zusammengestellten Versuche sind nur mit Apparat *G* gemacht, da aus der großen Reihe der Ver-

Tabelle VIa.

Nr.	Datum	Gas	p(mm)	T	$\lambda_S \cdot 10^5$ [1]	τ		$\lambda_G \cdot 10^5$ [1]	$\varkappa_G \cdot 10^5$ [1]	$(\lambda_G - \varkappa_G) \cdot 10^5$	$\eta \cdot 10^7$
						S	G				
	1912										
1.	3. III.	Luft	750	273,1	340	10,75	9,60	1470	37	1433	(1724)
2.	22. III.	N_2	746	273,1	328			1430	36	1394	1678
3.		N_2	310	81,6	140			502	36	466	560
4.	25. VII.	Luft	750	273,1	320			1503	38	1465	(1724)
5.	27. VII.	SO_2	630	273,1	232			1042	37	1005	1183
6.	5. VIII.	C_2H_2	590	273,1	191			837	36	801	943
7.	6. VIII.	O_2	750	273,1	352			1669	39	1630	1920
8.		O_2	540	194,4	276	10,40	9,80	1271	39	1232	1450
9.		O_2	240	82,0	148			590	39	551	650
10.	7. VIII.	C_2H_5Br	158	273,1	208			917	37	880	1036
11.	8. VIII	CO	750	273,1	312			1459	38	1421	1672
12.		CO	570	194,7	248			1126	38	1088	1280
13.		CO	250	81,5	137			518	38	480	565
14.	10. VIII.	N_2O	240	273,1	260			1194	37	1157	1362
15.	4. XI.	Luft	750	273,1	259			1400	35	1365	(1724)
16.		Luft	580	194,8	205			1079	35	1044	1319
17.		Luft	260	81,7	113			493	35	458	579
18.	6. XI.	Äthyl-äther	160	273,1	120	9,75	9,05	573	31	542	684
19.	7. XI.	CO_2	740	273,1	213			1127	34	1093	1380
20.		CO_2	110	195,1	170			852	34	818	1033
21.	18. XI.	Luft	750	273,1	274			1415	35	1380	(1724)
22.	19. XI.	C_2H_6	410	273,1	154			716	32	684	855
23.		C_2H_6	170	194,9	124			547	32	515	644
24.	20. XI.	CH_4	620	273,1	179	9,90	9,05	860	33	827	1033
25.		CH_4	400	194,7	143			647	33	614	767
26.		CH_4	150	91,5	87			314	33	281	351
27.	22. XI.	NH_3	710	273,1	165			774	33	741	926
28.		NH_3	80	196,0	132			582	33	549	686

1) Über die Bedeutung der Bezeichnungen siehe S. 23.

Tabelle VIb.

Nr.	Datum	Gas	p(mm)	T	$\lambda_S \cdot 10^5$	τ_G	$\lambda_G \cdot 10^5$	$\varkappa_G \cdot 10^5$	$(\lambda_G - \varkappa_G) \cdot 10^5$	$\eta \cdot 10^7$
	1912									
29.	3. XII.	Luft	750	273,1			1400	35	1365	(1724)
30.	4. XII.	C_2H_5Cl	120	273,1		9,05	781	33	744	945
31.	4. XII.	Chloroform	57	273,1			780	33	747	944
32.	16. XII.	Luft	750	273,1			1510	38	1472	(1724)
	1913									
33.	10. I.	H_2	740	273,1		9,80	761	35	726	849
34.		H_2	530	194,8			608	35	573	671
35.		H_2	310	81,8			357	35	322	376
36.		H_2	120	21,5			121	35	86	99
37.		He	320	273,1			1640	39	1601	1878
38.	29. I.	Luft	750	273,1			1450	37	1413	(1724)
39.		H_2	745	273,1		9,65	732	34	698	852
40.		H_2	315	81,3			336	34	302	369
41.		H_2	110	21,0			110	34	76	92
42.	17. II.	Luft	750	273,1			1500	38	1462	(1724)
43.	18. II.	He	310	273,1			1629	39	1590	1875
44.		He	205	194,6			1308	39	1269	1496
45.		He	160	81,5			783	39	744	877
46.		He	90	21,0			332	39	293	345
47.	6. III.	Luft	750	273,1		9,78	1495	38	1457	(1724)
48.	6. III.	NO	310	273,1			1559	38	1521	1794
49.	7. III.	Äthylacetat	35	273,1			617	34	583	690
50.	7. III.	Methylchlorid	520	273,1			863	36	827	978
51.	8. III.	H_2O	14	302,0			886	36	850	1006

suche mit beiden Apparaten die Reibung der Nebenteile mit genügender Genauigkeit hatte ermittelt werden können.

Die Abschnitte hinter Versuch Nr. 3, 14, 20, 28, 31, 37

Tabelle VII.

Gas	$\eta \cdot 10^7$					
	$T = 302$	$T = 273{,}1$	$T = 194{,}6$	$T = 91{,}5$	$T = 81{,}6$	$T = 21$
Luft	—	(1724)	1320	—	574	—
Stickstoff . . .	—	1678	—	—	560	—
Sauerstoff . . .	—	1920	1452	—	646	—
Wasserstoff . .	—	850	670	—	372	93
Helium	—	1876	1496	—	875	348
Kohlenoxyd . .	—	1672	1279	—	566	—
Methan	—	1033	766	351	—	—
Äthan	—	855	640	—	—	—
Kohlendioxyd .	—	1380	1027	—	—	—
Ammoniak . . .	—	926	678	—	—	—
Schwefeldioxyd .	—	1183	—	—	—	—
Acetylen . . .	—	943	—	—	—	—
Chloroform . .	—	944	—	—	—	—
Äthyläther . . .	—	684	—	—	—	—
Methylbromid .	—	1036	—	—	—	—
Äthylchlorid . .	—	945	—	—	—	—
Stickoxydul . .	—	1362	—	—	—	—
Stickoxyd . . .	—	1794	—	—	—	—
Äthylacetat . .	—	690	—	—	—	—
Wasserdampf . .	1006	—	—	—	—	—
Methylchlorid .	—	978	—	—	—	—

und 41 bedeuten, daß die beiden Apparate oder nur einer derselben aus irgendeinem Grunde neu montiert werden mußten. Meistens war das Reißen des Platindrahtes bei Erschütterungen daran Schuld, oft aber sprang auch das Glas an den Kittstellen der zur Stütze der festen Glasplatten dienenden Kupferdrähte. Diese wurden erst nach Versuch 31 durch Federn ersetzt.

Nach Versuch 37 wurde der Ni-Draht teilweise durch ein Glasstäbchen ersetzt, und es wurden Thermoelemente (Kupfer–Konstantan) zur genauen Ermittelung und Prüfung der durch die Widerstandsthermometer gemessenen Temperaturen eingebaut. Die verschiedenen Schwingungszeiten erklären sich dadurch, daß der Aufhängedraht aus Platin beim Zusammensetzen nicht immer genau dieselbe Länge erhielt.

In Tabelle VII sind nun die endgültigen Resultate für η bei gleichen Temperaturen zusammengestellt; deren Diskussion wird der Gegenstand des folgenden Kapitels sein.

VI. Diskussion der Versuchsergebnisse.

1. Vergleich mit älteren Messungen.

Im folgenden sollen die in Tabelle VII zusammengestellten Versuchsergebnisse mit den von anderen Forschern gefundenen Werten verglichen werden. Man ersieht aus den folgenden Tabellen, daß die Schwingungsmethode bis auf geringe Abweichungen dieselben Resultate liefert wie die Transpirationsmethode, und daß sie auch für die Messung der Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung gut verwendbar ist. Bisher war es noch nicht gelungen, die Temperaturabhängigkeit mittels dieser Methode gut zu bestimmen, denn sowohl die Arbeit Schumanns bei hohen Temperaturen als auch die Arbeit Chellas bei tiefen Temperaturen hatten einen zu schnellen Anstieg der Reibung mit der Temperatur geliefert. Bei der neuen Anordnung scheint dieser Fehler vermieden zu sein, was man deutlich an der guten Übereinstimmung der Messungen des Verfassers mit der etwa gleichzeitig von Kamerlingh Onnes u. Weber[1]) angestellten Heliummessung bei der Temperatur des siedenden Wasserstoffs und mit den Stickstoffmessungen Bestelmeyers ersehen kann.

Die Abweichung des Kamerlingh Onnesschen Wasserstoffwertes bei der Temperatur des siedenden Wasserstoffs von der des Verfassers um 20% läßt sich wohl zum größten Teil dadurch erklären, daß die Transpirationsmethode für Temperaturen in der Nähe des Siedepunktes bei den verwendeten Drucken nicht mehr verwendbar ist. Das ersieht man auch deutlich aus der starken Abhängigkeit der Reibungswerte vom Druck.[2]) Der Grund liegt darin, daß, worauf unter anderen Schumann[3]) hingewiesen hat, Dämpfe stark von den Wänden der Kapillare absorbiert werden, wodurch eine scheinbare Verengung der Kapillare und damit eine Vergrößerung der Reibung eintritt. Damit man also den Wert von Kamerlingh Onnes und Weber mit dem des Verfassers vergleichen könnte, müßte man ihn auf sehr kleine Drucke reduzieren.

---

1) H. Kamerlingh Onnes u. S. Weber, Koninkl. Akad. v. Wetsch. Amsterdam 1913. p. 1375f., 1385f., 1530f.

2) Nach Kamerlingh Onnes ist bei $p = 40$ mm η_{20}^{H} um 5% größer als bei 20 mm.

3) O. Schumann, Wied. Ann. 23. p. 380. 1884.

Tabelle VIII.

Vergleich der Werte bei 273,1° mit älteren Messungen.

Gas	Beobachter	Methode	$\eta_0 \cdot 10^7$	$\eta_0 \cdot 10^7$ (Mittel)	$\eta_0 \cdot 10^7$ (Vogel)
Stickstoff	Graham[1])	Transpiration	1670	1672	1678
	Markowski		1675		
	Obermayer		1670		
Sauerstoff	Völker	Transpiration	1931	1922	1920
	Graham		1910		
	Markowski		1926		
Wasserstoff	Markowski	Transpiration	841	853	850
	Völker		850		
	Breitenbach		857		
	Graham		840		
	Obermayer	Schwingung	860		
	Puluj		870		
Helium	Schultze	Transpiration	1891	1887	1876
	Schierloh		1887		
	Rankine		1879		
Kohlenoxyd	Graham	Transpiration	1670	1680	1672
	Zimmer		1689		
Methan	Graham	Transpiration	1040	1040	1033
Äthan	Zitiert nach Chapman	?	843	843	855
Kohlendioxyd	Graham	Transpiration	1380	1394	1380
	Breitenbach		1414		
	v. Obermayer		1388		
Ammoniak	Graham	Transpiration	957	959	926
	Thomson	Schwingung	960		
Schwefeldioxyd	Graham	Transpiration	1225	1225	1183
Chloroform	Puluj	Transpiration	959	962	944
	Rappenecker		964		
Äthyläther	Puluj	Transpiration	689	698	684
	Rappenecker		706		
Stickoxydul	Graham	Transpiration	1408	1408	1362
Stickoxyd	Graham	Transpiration	1680	1680	1794
Methylchlorid	Breitenbach	Transpiration	989	989	978

1) Berechnet von O. E. Meyer.

Tabelle IX.

Vergleich der Temperaturabhängigkeit mit älteren Messungen.

Gas	Beobachter	T	$\frac{\eta_T}{\eta_0}$	$\frac{\eta_T}{\eta_0}$ (Mittel)	$\frac{\eta_T}{\eta_0}$ Vogel
Luft	Schmitt	194,6	0,760	0,760	0,760
Stickstoff	Bestelmeyer	81,5	0,332	0,332	0,333
Sauerstoff	Völker	81,6	0,757	0,757	0,754
	Kopsch	194,6	0,793		
	Völker	194,6	0,796	0,793	0,788
	K.-O. u. S. W.	194,6	0,790		
Wasserstoff	Kopsch	81,5	0,451		
	Völker	81,5	0,449	0,443	0,437
	K.-O. u. S. W.	81,5	0,430		
	K.-O. u. S. W.	21,0	[0,130][1]	[0,130][1]	0,109
	Schmitt	194,6	0,802	0,803	0,797
	K.-O. u. S. W.	194,6	0,804		
Helium	Schmitt	81,5	0,481	0,470	0,468
	K.-O. u. S. W.	81,5	0,459		
	K.-O. u. S. W.	21,0	0,185	0,185	0,184
Kohlenoxyd	Zimmer	194,6	0,763	0,763	0,765

Man würde dann etwa erhalten:

$$\eta_{21} = 102 \cdot 10^{-7}, \quad \frac{\eta_{21}}{\eta_0} = 0{,}121.$$

Dieser Wert zeigt nur noch eine Abweichung von 10%. Da nun eine Unsicherheit in der Temperaturmessung einerseits und in der Bestimmung der Reibung der Nebenteile, die bei der Wasserstoffmessung bei 21° etwa 30% der Gesamtreibung ausmachte, andrerseits, einen großen Fehler bedingen würde, wurde für diese Messung nur eine Genauigkeit von 5% angegeben.

Die gute Übereinstimmung der Heliummessungen bei 21° abs., bei denen auch Kamerlingh Onnes noch im angenähert idealen Gaszustand arbeitet, ist sehr bemerkenswert und gibt diesem Werte eine große Wahrscheinlichkeit. Sämtliche übrigen Messungen zeigen auch nur unerhebliche Abweichungen, und

1) Der Wert muß auf kleine Drucke reduziert werden. Vgl. p. 45.

zwar weisen die in Halle ausgeführten Messungen bei tiefen Temperaturen alle eine größere Reibung auf. Leider ist in Halle keine Messung über Stickstoff gemacht worden, die mit der Bestelmeyers verglichen werden könnte. Die Abweichungen der in Halle ausgeführten Messungen von denen des Verfassers sind jedoch mit denen Chellas und Schumanns nicht zu vergleichen.

Die Messungen an Luft unterhalb 194,6°, an Sauerstoff unterhalb 194,6°, an Methan, Äthan, Kohlendioxyd und Ammoniak unterhalb 273° lassen keinen Vergleich zu, da darüber keine älteren Messungen vorliegen.

Aus Tabelle VIII, S. 46 ersieht man deutlich, daß auch die Werte bei 273,1° meistens etwas niedriger sind, als die älterer Forscher. Diese Abweichung kann man sich dadurch erklären, daß Verunreinigungen durch Luft bei Gasen mit geringerer Reibung die Reibung heraufsetzt, und daß gerade durch die in dieser Arbeit angewendete Art der Reinigung der Gase jede Spur von Luft fortgeschafft werden konnte. Da ältere Forscher nicht über diese guten Reinigungsmethoden verfügten, ist es sehr wohl denkbar, daß bei ihnen stets kleine Mengen von Luft zugegen waren, die das Resultat erhöhten.

Ein anderer Grund für die kleinen Werte, der namentlich zur Erklärung des niedrigen He-Wertes beiträgt, liegt wohl darin, daß hier der Ausgangswert für Luft etwas niedriger liegt wie bei anderen Forschern. Rankine, der seinen He-Wert auf denselben Luftwert bezieht, erhält für He $\eta_0 = 1879 \cdot 10^{-7}$ einen Wert, der mit dem des Verfassers gut übereinstimmt. Die Abweichung des SO_2-Wertes von dem Grahams um 5% ist wohl darauf zurückzuführen, daß das hier verwendete SO_2 reiner war. Dagegen muß bei der NO-Messung Grahams ein größerer Fehler vorliegen, da die neue Messung eine Abweichung von 7% zeigt. Graham sagt am Schluß seiner einen Arbeit, daß die Reibung von NO dieselbe sei wie von CO und N_2, während sich im Landolt-Börnstein bei Zimmertemperatur ein viel höherer Wert findet, der Graham zugeschrieben wird. Daß die Messung des Verfassers einen höheren Wert ergeben hat, mag darin liegen, daß vielleicht das NO Grahams durch N_2O, dessen Reibungskoeffizient bedeutend kleiner ist, verunreinigt worden war. Beim Acetylen und Methylbromid liegen überhaupt noch keine älteren Messungen vor, und beim Äthylacetat liegen nur Rappeneckers Messungen

oberhalb 373° vor. Rechnet man Rappeneckers Messung bei 373° nach der Sutherlandschen Formel mit dem von ihm angegebenen C auf 273° zurück, so erhält man $\eta_0 = 663 \cdot 10^{-7}$, also einen um 4% kleineren Wert als $690 \cdot 10^{-7}$. Der Grund dafür mag wohl darin liegen, daß sich das Äthylacetat bei hohen Temperaturen dissoziiert hat und daher ein falscher Temperaturkoeffizient gefunden wurde. Der Wert $C = 650$ ist schon deshalb unwahrscheinlich, weil er größer ist als die kritische Temperatur[1]), die 520° beträgt.

Der Wert von H_2O läßt sich nicht direkt mit den bisher gefundenen Werten vergleichen, da wegen des kleinen Dampfdruckes des Wasserdampfes erst bei einer Temperatur von 302° abs. beobachtet werden konnte. Rechnet man jedoch diesen Wert mit der theoretischen Konstante[1]) $C = 548$ auf 273° zurück, so erhält man $\eta_0 = 907 \cdot 10^{-7}$, während man bei der Reduktion des Wertes von Kundt und Warburg ($\eta_{291} = 970 \cdot 10^{-7}$) $\eta_0 = 912 \cdot 10^{-7}$ erhält. Die Übereinstimmung der beiden Werte untereinander ist also gut.

2. Theoretische Folgerungen.

In der Einleitung wurden bereits die Versuche dargelegt, die von verschiedenen Forschern unternommen worden sind, die Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung theoretisch zu behandeln, und es hatte sich gezeigt, daß die von Sutherland aufgestellte Formel sich am besten der Erfahrung anschließt. Diese Tatsache ist ein Zeichen dafür, daß das von Sutherland gewählte Molekülmodell, Kugeln mit Anziehungskräften, die wirklichen Verhältnisse gut wiedergibt. Reinganum, der von demselben Modell ausging, erhielt eine Temperaturabhängigkeit

$$\eta \sim \frac{T^{1/2}}{e^{\frac{c}{T}}},$$

während Sutherland erhielt

$$\eta \sim \frac{T^{1/2}}{1 + \frac{C}{T}}.$$

Das c in der Reinganumschen Formel hat eine ähnliche Bedeutung wie das C in der von Sutherland, jedoch stimmt

1) Vgl. p. 53—54.

die Reinganumsche Formel, wie schon Rappenecker[1]) gezeigt hat, nicht so gut mit der Erfahrung überein.

In der folgenden Tabelle sind nun die mittleren Versuchsergebnisse aus den Messungen des Verfassers und den in Tabelle IX, p. 47 angegebenen mit der Sutherlandschen Formel verglichen, und es zeigt sich, daß bei tiefen Temperaturen die Sutherlandsche Formel versagt. Bei N_2, CO, CH_4 sind die Abweichungen nur gering, dagegen sind sie beim Helium, Wasserstoff, Sauerstoff, und soweit sich das bei dem kleinen Temperaturintervall, in dem Kohlendioxyd, Äthan und Ammoniak untersucht wurden, beurteilen läßt, auch bei diesen beträchtlich. Es sind nun aus den Beobachtungen die *C*-Werte zurückberechnet und in Spalte 6 zusammengestellt. Es zeigt sich besonders beim Helium und Wasserstoff im Gegensatz zur Sutherlandschen Theorie eine deutliche Temperaturabhängigkeit des *C*. Diese Veränderlichkeit ist schon von den Forschern in Halle an verschiedenen Gasen festgestellt worden, jedoch hat nur Zimmer[2]) nach einer Erklärung gesucht.

Zimmer ist von dem Gedanken ausgegangen, daß ein Zusammenhang der inneren Reibung mit der Zustandsgleichung bestehen müßte; er versucht nun die Abweichungen vom Boyle-Mariottschen Gesetz mit den Abweichungen von der Sutherlandschen Formel in Zusammenhang zu bringen, und kommt zu dem allgemeinen Satz, daß diese Abweichungen stets Hand in Hand gehen müssen. Er erklärt diese Erscheinung durch „Polymerisation" der Gase und Dämpfe. Nun zeigen sich aber gerade bei einer Reihe von idealen Gasen (H_2,He, O_2) die stärksten Abweichungen von der Sutherlandschen Formel, und auch bei Gasen, bei denen eine Polymerisation unwahrscheinlich ist. Wäre tatsächlich diese Theorie richtig, so müßte sich bei den Gasen, die eine Abweichung von der Sutherlandschen Formel zeigen, bei in Frage kommenden Temperaturen eine starke Änderung von der Reibung mit der Dichte zeigen. Diese Änderungen haben sich aber bei Anwendung der Schwingungsmethode weder bei H_2 noch bei He gezeigt. Daher kann man die Behauptung Zimmers wohl kaum als allgemeines Gesetz hinstellen.

1) K. Rappenecker, Diss. Freiburg 1909. Zeitschr. f. phys. Chemie (72) 6. p. 719. 1910.

2) O. Zimmer, Verh. d. D. phys. Ges. p. 471. 1912.

Tabelle X.

Gas	T	C	$\frac{\eta_0}{\eta_T}$ (Suth.)	$\frac{\eta_0}{\eta_T}$ (beob.)	C ber.	C'	$\frac{\eta_0}{\eta_T}$ S. korr.
Luft . . .	194,6	117	0,752	0,760	104		0,756
	81,6	117	0,321	0,336	99	38	0,335
Stickstoff .	194,6	110,6	0,756	0,756	110,6	16	0,757
	81,6	110,6	0,326	0,333	108		0,334
Sauerstoff .	194,6	138	0,743	0,756	110,6	58	0,747
	81,6	138	0,306	0,337	96		0,339
	194,6	83	0,772	0,790	56		0,778
Wasserstoff.	81,6	83	0,353	0,433[1])	30	30	0,375
	21	83	0,071	0,116[2])	32		0,121
	194,6	78,2	0,773	0,800	44		0,780
Helium . .	81,6	78,2	0,357	0,469	20	35	0,400
	21	78,2	0,073	0,184	9		0,181
Kohlenoxyd	194,6	100	0,761	0,764	97	18	0,762
	81,6	100	0,335	0,337	96		0,337
Methan . .	194,6	—	—	0,770	144	—	—
	91,5	—	—	0,340	144	—	—

Um nun eine Erklärungsmöglichkeit für die Temperaturabhängigkeit von C zu suchen, muß man auf die Bedeutung dieser Konstanten zurückgehen. Sutherland selbst definiert C als eine Größe, die proportional der potentiellen Energie zweier Moleküle unmittelbar vor dem Stoße und damit ein Maß für die Kohäsionskraft der Moleküle ist.

Eine Temperaturabhängigkeit dieser Größe ist nach den Gesetzen der klassischen statischen Mechanik bei Annahme konstanter Kräfte nicht zu erwarten. Zeigt sie sich dennoch, so könnte man sie vielleicht dadurch erklären, daß auf die Moleküle in bezug auf ihre Verteilung und die zwischen ihnen wirkenden Kräften namentlich bei tiefen Temperaturen nicht mehr die Gesetze der klassischen Mechanik, sondern vielleicht die der Energiequantenhypothese anzuwenden sind.

Eine andere Erklärungsmöglichkeit wäre, daß vielleicht

1) Mittel aus K.-O. u. S. W. und Vogel.
2) Mittel aus K.-O. u. S. W. reduziert und Vogel.

bei der mathematischen Entwicklung des Problems der Temperaturabhängigkeit von Sutherland Vernachlässigungen vorgenommen wurden, die bei tiefen Temperaturen nicht erlaubt wären. In der Tat hat Chapman[1]), der die Rechnung noch einmal durchgeführt hat, gezeigt, daß Sutherland quadratische Glieder in einer Reihenentwicklung vernachlässigt hat. Der Ausdruck $1+C/T$ ist erst der Beginn einer Reihe, zu der noch Glieder treten, die in einer höheren Potenz umgekehrt proportional der Temperatur sind. Bricht man die Reihe beim quadratischen Glied ab, so lautet sie

$$1+\frac{C}{T}\pm\left(\frac{C'}{T}\right)^2.$$

In Tabelle X, p. 51 sind nun für Luft N_2, O_2, H_2, He und CO die Werte von C' berechnet und in der Spalte 8 (S. korr.) sind dann die Werte η_0/η_T nach der korrigierten Formel:

$$\frac{\eta_0}{\eta_T}=\left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/2}\frac{1+\frac{C}{T}-\left(\frac{C'}{T}\right)^2}{1+\frac{C}{T_0}-\left(\frac{C'}{T_0}\right)^2}$$

berechnet.

Man ersieht, daß diese Formel, da sie zwei Konstante enthält, besser mit der Erfahrung übereinstimmt wie die Sutherlandsche, jedoch kann auch sie den Verlauf der Temperaturabhängigkeit nicht wiedergeben. Auch die von Rappenecker[2]) angegebene Modifikation der Reinganumschen Formel durch Einführung einer zweiten Konstanten der Volumkorrektion ergibt keinen besseren Anschluß an das Experiment.

Eine dritte Möglichkeit, die Abnahme der Molekularkräfte mit der Temperatur zu erklären, läge darin, daß man an Stelle des Sutherlandschen Molekülmodells ein anderes setzt.

Nach der Übereinstimmung zwischen den aus der Dielektrizitätskonstanten und dem Brechungsindex berechneten molekularen Größen mit den aus der inneren Reibung berechneten[3]), liegt es nahe, zu den durch die Gravitation bedingten Anziehungskräften noch magnetische oder elektrische Kräfte in Betracht zu ziehen, jedoch haben eine Reihe von Arbeiten

1) S. Chapman, Phil. Trans. A. 211. p. 459. 1912.
2) K. Rappenecker, l c. p. 720.
3) Vgl. A. Eucken, Phys. Zeitschr. (14) p. 331. Tab. 7. 1913.

auf diesem Gebiete gezeigt, daß man auch hiermit die wahren Vorgänge nicht deuten kann. Keesom[1]), der die Berechnung am Wasserstoff durchgeführt hat, findet, daß gerade bei Temperaturen unterhalb 273,1° abs. das Verhalten des Wasserstoffs gegen eine Annahme von elektrischen Dipolen spricht.

Da nun alle Erklärungsmöglichkeiten versagen, so muß man versuchen, die Konstante C mit anderen physikalischen Größen in Beziehung zu bringen, da man dann vielleicht aus diesen Größen wichtige Schlüsse auf die Molekularkräfte ziehen kann.

Vor allem sei auf die oben bereits erwähnte Beziehung der inneren Reibung zur Zustandsgleichung hingewiesen, die schon Sutherland und Reinganum erwähnt haben. Die Zustandsgleichung Reinganums, sowie auch die von Tanner[2]) auf Grund der Sutherlandschen Vorstellung aufgestellten Gleichung, enthalten beide eine Konstante c, die in enger Beziehung zu der Sutherlandschen Konstante C steht. Jedoch ist bisher kaum darauf hingewiesen worden, daß auch die Größe a in der von der Waalsschen Gleichung mit dem Sutherlandschen C verwandt sein muß. Aus der folgenden Tabelle geht deutlich hervor, daß mit zunehmendem C auch fast stets das a zunimmt, wenn man von einigen Unregelmäßigkeiten absieht.

In derselben Tabelle ist noch eine andere Beziehung von C ausführlich geprüft. Reinganum[3]) schloß am Ende seiner Dissertation, daß c bzw. C parallel mit der kritischen Temperatur gehen müßte, und Rankine hat später unabhängig davon dieselbe Tatsache empirisch gefunden. Rankine[4]) drückt diese Beziehung in der Gleichung aus:

$$T_c = 1{,}12\, C.$$

Da nun nach der Guldbergschen Regel

$$T_c = \tfrac{3}{2} T_s\,,$$

so ergibt sich die einfache Beziehung

$$C = 1{,}34\, T_s\,.$$

1) W. H. Keesom, Koninkl. Akad. van Wetensch. Amsterdam 1912. p. 430.

2) H. Tanner, Diss. Basel 1912.

3) M. Reinganum, Diss. Göttingen 1899.

4) A. O. Rankine, Proc. Roy. Soc. A. 84. p. 190. 1910.

Da die Siedetemperatur für die meisten Substanzen genauer bestimmt worden ist als die kritische Temperatur, so kann man diese Beziehung vorteilhafter zur Berechnung von C verwenden. Der Faktor 1,34 ergibt sich dabei als etwas zu klein, daher wurden noch die in Spalte 4 der Tabelle mit C ber. bezeichneten Werte nach der Formel

$$C = 1{,}47\ T_S\ .$$

Schreibt man diese Beziehung $C/T_s = \text{const.}$, so findet man sofort eine Ähnlichkeit mit der Troutonschen Regel, nach der $\lambda/T_s = \text{const}$, wo λ die Verdampfungswärme bedeutet. Demnach müßte C parallel mit der Verdampfungswärme gehen, was ja physikalisch auch ohne weiteres einzusehen ist, da ja auch λ ein Maß für die Kohäsionskräfte der Moleküle liefert. Wie Nernst[1]) gezeigt hat, ist nun λ/T_S nicht absolut konstant, sondern ist noch von der Siedetemperatur abhängig, daher wird man nur eine Parallelität, aber keine Proportionalität von λ und C erwarten können.

Aus der Tabelle ersieht man, daß in den meisten Fällen die nach der Formel $C = 1{,}47\ T_S$ berechneten Werte gut mit der Beobachtung übereinstimmen. Interessant ist es, daß die berechneten C-Werte des Heliums und Wasserstoffs ziemlich gut mit den in der Nähe ihrer Siedepunkte beobachteten übereinstimmen, und man kann allgemein sagen, daß das C im absoluten Maße der Größe nach einem zwischen 1,2 und 1,5 liegenden Vielfachen der absoluten Siedetemperatur zustrebt. Die Abweichung des berechneten C-Wertes beim Kohlenoxyd ist wohl auf Beobachtungsfehler zurückzuführen, da aus den Messungen bei tiefen Temperaturen sich für $C = 96$ ergibt, und wegen der Änderung der spezifischen Wärme von Kohlenoxyd mit der Temperatur auch eine Temperaturabhängigkeit von C zu vermuten ist. Daher ist der Wert $C = 122$ wahrscheinlicher.

Auffällig sind die großen Abweichungen bei einigen organischen Verbindungen, jedoch rühren diese wahrscheinlich daher, daß sich bei den Reibungsmessungen bei höheren Temperaturen die Dämpfe dissoziiert haben, womit sich eine falsche Temperaturabhängigkeit ergeben würde.

Interessant ist es, das C für Quecksilberdampf zu be-

1) W. Nernst, Theoretische Chemie. VII. Aufl. p. 294. 1913.

Tabelle XI.

Gas	T_s	C beob.	C ber.	$a \cdot 10^5$	M.	V_s	$\eta \cdot 10^6$ ber.	$\eta \cdot 10^6$ beob.
Helium . . .	4,3	78,2=7	6,3	5	4,0	26,7	101	188
Wasserstoff . .	20,4	83=30	30	386	2,02	28,86	63	85
Neon	33,0	56	49	—	20,0	—	—	298
Stickstoff . .	77,5	110,6	114	277	28,02	34,59	164	168
Luft	81,0	117	119	—	—	—	—	172
Kohlenoxyd .	83,0	100	122	280	28	35,3	160	167
Argon . . .	86,0	142	127	259	39,9	28,4	215	211
Sauerstoff . .	90,6	138	133	265	32,0	28,02	195	192
Methan . . .	108	144[1])	159	370	16,03	38,1	103	103
Stickoxyd . .	120	167	176	267	30,04	—	—	179
Krypton . . .	121	188	178	—	81,8	38,1	225	233
Xenon . . .	164	252	241	—	128	36,4	253	211
Äthylen . . .	170	272	250	891	28,03	(44)[2])	102	91
Athan . . .	183	—	269	1100	30,05	(55)[2])	88	86
Stickoxydul . .	183	260	269	740	44,02	43,70	126	136
Acetylen . .	189	—	278	875	26,02	43,0	95	94
Kohlendioxyd .	194	277	285	718	44	41,51	127	138
Ammoniak . .	240	352	353	810	17,06	25,24	97	93
Chlor	240	410	353	1100	70,9	45,5	134	129
Methylchlorid .	249	—	366	1489	50,47	(603)[2])	92	98
Schwefeldioxyd	263	397	387	1330	64,07	43,9	123	118
Äthyläther . .	307	325	451	3300	74,08	106,6	66	68
Aceton . . .	329	670	484	2774	58	77,2	70	73
Chloroform . .	333	292	490	2930	119,4	84,5	93	94
Äthylacetat . .	350	650	514	3700	88,05	108	66	69
Äthylalkohol .	351	525	516	2300	45,05	62,3	66	83
Benzol . . .	353	700	520	3700	78,05	96,1	67	70
Wasser . . .	373	—	548	—	18,02	18,83	104[3])	101[3])
Quecksilber .	630	—	926	—	200,0	15,1	593[4])	532[4])

rechnen. Synesius Koch[5]) hatte eine Temperaturabhängigkeit der Reibung von Quecksilberdampf

$$\eta \sim T^{1,6}$$

erhalten, woraus sich $C = \infty$ berechnen würde. Dieser Wert

1) Nach Beobachtungen des Verfassers bei tiefen Temperaturen.
2) Nach der Koppschen Regel berechnet.
3) Bei 302° abs.
4) Bei 573° abs.
5) S. Koch, Wied. Ann. **19**. p. 857. 1883.

ist unwahrscheinlich, und man kann wohl mit einiger Sicherheit den theoretischen Wert $C = 926$ für den richtigeren halten.

In der Einleitung wurde bereits die wichtige Beziehung erwähnt, die zwischen der inneren Reibung, der Wärmeleitfähigkeit und der spezifischen Wärme der Gase besteht, und die durch die Gleichung

$$k = K \cdot \eta \cdot c_v$$

ausgedrückt werden kann.

Es wurde in der Einleitung erwähnt, daß die Beziehung dann für die Berechnung der spezifischen Wärme von Wichtigkeit sein kann, wenn man sich über die Natur und den Wert der Größe K im klaren ist. Da nun das in dieser Arbeit gewonnene Versuchsmaterial bereits von Eucken zur Prüfung dieser Beziehung verwendet worden ist, so brauchen hier nur die wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit mitgeteilt zu werden.

Eucken[1]) hat nach einer einfachen Annahme über die Verteilung der Translationsenergie, der Rotationsenergie und der Schwingungsenergie die Größe K berechnet, und war so in der Lage, die spezifische Wärme direkt aus η und k zu berechnen. Jedoch ließ sich die Berechnung nur unter der Bedingung ausführen, daß der Energieaustausch beim Zusammenstoß der Moleküle vollständig ist.

Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so zeigt sich zwischen dem beobachteten und dem berechneten Wert von K eine bedeutende Abweichung. Beim Helium hat sich ergeben, daß der Energieaustausch der Translationsenergie, besonders bei tiefen Temperaturen, unvollständig ist, während wahrscheinlich bei H_2S, H_2O, NH_3 und CO die Rotationsenergie nur unvollkommen übertragen wird.

Aus den berechneten c_v-Werten hat sich ergeben, daß außer beim Wasserstoff und Helium auch beim Stickstoff, Sauerstoff und Kohlenoxyd ein Abfall der spezifischen Wärme um 5—10 Proz. bei tiefen Temperaturen eintritt. Dieses Ergebnis stimmt mit den Messungen von Scheel und Heuse[2]) überein; nur beim Sauerstoff scheint bei diesen Messungen ein Fehler vorzuliegen. Wegen der ausführlichen Diskussion der durch die Berechnung erhaltenen Werte sei auf die Arbeit Euckens verwiesen.

1) A. Eucken, Phys. Zeitschr. 14. p. 324ff. 1913.
2) K. Scheel u. W. Heuse, Berl. Ber. p. 44. 1913.

Zum Schlusse sei noch darauf hingewiesen, daß man durch Einführung der Beziehung von C zum Siedepunkt in die Lothar Meyersche Beziehung[1]) der Reibung zum Molekularvolumen

$$V_S = k[M(1 + \alpha t)]^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{1}{\eta}\right)^{\frac{3}{2}}$$

eine verhältnismäßig einfache Formel erhalten kann, durch die man in den Stand gesetzt ist, die innere Reibung irgend eines Gases oder Dampfes, dessen Molekularvolumen, Siedepunkt und Molekulargewicht bekannt ist, für jede Temperatur angenähert zu berechnen. Diese Formel lautet dann:

$$\eta_T = 2{,}80 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{(M \cdot T)^{\frac{1}{2}}}{V_S^{\frac{2}{3}}\left(1 + 1{,}47\,\frac{T_S}{T}\right)}$$

In Tabelle XI, p. 55 sind die Werte von η, wie sie sich aus dieser Formel ergeben, zusammengestellt und mit den beobachteten Werten verglichen. Sie beziehen sich auf 273,1 ° außer bei Wasser (302 °) und Quecksilber (573 °).

Aus der Tabelle ersieht man, daß sich die Formel auf Helium, Wasserstoff und Äthylalkohol nicht anwenden läßt, daß dagegen bei fast allen anderen Stoffen eine gute Übereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Werten herrscht. Sogar bei der Reibung des Quecksilberdampfes erhält man einen Wert, der mit dem beobachteten innerhalb der Genauigkeitsgrenzen übereinstimmt. Der Wert $\eta = 593 \cdot 10^{-7}$ hat eine größere Wahrscheinlichkeit als der von Koch[2]) beobachtete, da sich aus ihm der Faktor K in der Beziehung

$$k = K \cdot \eta \cdot c_v$$

zu 2,80 berechnet, während sich aus dem Kochschen Werte 3,15 ergibt, und der theoretische Wert bei einem einatomigen Gase 2,50 sein müßte.[3]) Wahrscheinlich liegt aber auch in der Wärmeleitfähigkeits-Bestimmung ein Fehler, der den immer noch zu großen Faktor erklärt.

Die Formel kann auch dazu dienen, das Molekularvolumen zu berechnen, und erhält damit ein besonderes Interesse für die Chemie. Als Anwendung ist hier das Molekularvolumen

1) Über eine Änderung dieser Beziehung vgl. K. Rappenecker, l. c. p. 712.

2) S. Koch, Wied. Ann. **19**. p. 857. 1883.

3) Vgl. S. Chapman, l. c. p. 464.

des Neons, das bisher noch nicht beobachtet wurde, berechnet. Es ergibt sich $V_S = 14{,}28$ und damit die Dichte beim Siedepunkt $\varrho_s = 1{,}40$. Die Dichte des flüssigen Neons wäre also dieselbe wie die des flüssigen Argons; jedoch kann dieser Wert nur als Annäherung gelten.

VII. Zusammenfassung.

1. Es wurde die Coulomb-Maxwellsche Schwingungsmethode zur Bestimmung der inneren Reibung der Gase so modifiziert, daß sie zur Messung der Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung bei tiefen Temperaturen verwendet werden konnte. Besonderer Wert wurde auf die Ermittelung der Reibung der Nebenteile verwendet.

2. Es wurde der wahrscheinlichste Normalwert der inneren Reibung von Luft bei 273,1° abs. durch kritische Zusammenstellung aller bisherigen Messungen zu $\eta_0 = 1724 \cdot 10^{-7}$ bestimmt.[1])

3. Es wurden nach obiger Methode die Reibungskoeffizienten von 20 Gasen und Dämpfen bei 273,1° abs. und von zehn derselben bei tiefen Temperaturen (bei H und He bis zu 21° abs. herab) relativ zu obigem Luftwert gemessen.

4. Es wurde durch Vergleich der Messungen mit denen anderer Forscher zum ersten Male gezeigt, daß die Schwingungsmethode der Transpirationsmethode bei der Messung der Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung gleich zu achten oder gar ihr überlegen ist, weil sie einesteils bedeutend einfacher ist und anderenteils gestattet, unter kleinen Drucken zu arbeiten.

5. Es wurde gezeigt, daß bei tiefen Temperaturen die Sutherlandsche Formel keine Übereinstimmung mit der Beobachtung zeigt, sondern daß das C sich so mit der Temperatur ändert, daß es im absoluten Maße der Größe nach einem zwischen 1,2 und 1,5 liegenden Vielfachen der absoluten Siedetemperatur zustrebt.

6. Es wurde gezeigt, daß sämtliche bisherigen Deutungen für die Temperaturveränderlichkeit von C dieses Verhalten nicht befriedigend erklären können.

7. Es wurde auf Beziehungen der Sutherlandschen Konstanten C und der Reibung selbst zu anderen physikalischen Größen hingewiesen, und durch Modifikation der Lothar

1) Unter Berücksichtigung der allerneuesten Literatur erniedrigt sich der Wert auf $1720 \cdot 10^{-7}$. Vgl. p. 38 Anm. 2.

Meyerschen Beziehung eine angenäherte Formel für die Berechnung der Reibung aus dem Molekularvolumen, dem Molekulargewicht und der Siedetemperatur bei jeder Temperatur aufgestellt, die mit der Erfahrung ziemlich gut übereinstimmt.

8. Es wurde mit Hilfe dieser Formel die Reibung des Quecksilberdampfes neu bestimmt.

Vorliegende Untersuchungen wurden auf Anregung von Herrn Professor Dr. Nernst und von Herrn Privatdozent Dr. A. Eucken im Physikalisch-chemischen Institut der Universität Berlin vom Juni 1911 bis März 1913 ausgeführt.

Für das lebhafte Interesse, das Herr Prof. Dr. Nernst der Arbeit entgegenbrachte und für die wertvollen Ratschläge die mir Hr. Dr. Eucken erteilte, sage ich beiden Herren meinen ehrerbietigsten Dank.

Lebenslauf.

Ich, Hans Edgar Richard Vogel, wurde am 20. Juli 1888 zu Berlin als Sohn des Kaufmanns Eugen Vogel und seiner Ehefrau Margarete (geb. Pankow) geboren. Ich gehöre der evangelischen Konfession an. Ich besuchte nacheinander die Königliche Vorschule zu Berlin, die III. Realschule daselbst, die Oberrealschule auf der Uhlenhorst zu Hamburg und die Oberrealschule zu Steglitz bei Berlin. Auf der letztgenannten Anstalt erhielt ich Michaelis 1907 das Maturitätszeugnis.

Von Michaelis 1907 bis Michaelis 1909 widmete ich mich an der Technischen Hochschule zu Charlottenburg dem Studium des Bauingenieurwesens. Vom Juli bis Oktober 1908 arbeitete ich praktisch an einem Bahnbau der Königlichen Eisenbahndirektion Berlin.

Michaelis 1909 verließ ich die Technische Hochschule und bezog die Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin, um mich hauptsächlich dem Studium der Physik, Mathematik und Philosophie zu widmen. Im Sommer 1910 unterbrach ich meine Fachstudien und belegte einen Ferienkursus über englische Sprache und Literatur an der Universität Edinburgh.

Von Ostern 1911 bis Ostern 1913 arbeitete ich im Physikalisch-chemischen Institut der Universität Berlin an den Untersuchungen, aus denen meine Dissertation hervorgegangen ist.

An der Technischen Hochschule und der Universität nahm ich an Vorlesungen und Übungen folgender Herren teil:

Blasius, Boost, Brix, Byk, Dessoir, Diels, A. Eucken, Frischeisen-Köhler, Frobenius, Hellmann,

Henning, Herkner, Hirschwald, Kalischer, Kötter(†), Kurlbaum, Lampe, Lasson, Lehmann-Filhès, Münch(†), Nernst, Petzoldt, Planck, Regener, Riehl, Rubens, Rudeloff, Scheffers, Schoch, Schottky, Schwarz, v. Wartenberg, Wehnelt, Weihe, Weinstein, Werner.

Ostern 1913 ließ ich mich vom Belegen der Vorlesungen befreien und am 13. November 1913 bestand ich die Promotionsprüfung.